

1. punti 10

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x - \log(2x^2 + 2x + 1) + \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}.$$

In particolare, precisare se esistono asintoti e se la funzione può essere prolungata per continuità in qualche punto. Lo studio della derivata seconda è richiesto.

2. punti 8

- Dopo avere calcolato

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}}$$

(Sugg.: porre $\sqrt[6]{x} = t$), utilizzare il risultato per stabilire se esiste finito l'integrale

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}}.$$

- Successivamente arrivare alla stessa conclusione, stavolta utilizzando un opportuno criterio di integrabilità .

3. punti 7

Utilizzare la formula di Taylor per calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione :

$$\frac{x \log(1 + x + x^2/2) - \operatorname{sen}(x^2)}{x \operatorname{tg}(x^3)}.$$

4. punti 6

Studiare la convergenza della serie :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(\frac{e^n + 1}{e^n - 1} \right).$$