

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta del 10.09.09

1. punti 11

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left( x + \sqrt{|x-1|} \right).$$

In particolare, precisare i punti di non derivabilità.

Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

Dal grafico di  $f(x)$  dedurre successivamente quello di  $1/f(x)$ .

2. punti 7

Calcolare

$$\int_0^1 f(x) dx$$

essendo  $f(x)$  la funzione definita nel quesito precedente.

3. punti 7

Risolvere l'equazione differenziale del terzo ordine  $y''' + 8y = x \sin 2x$ .

4. punti 7

Studiare al variare del parametro reale  $\alpha$  la convergenza della serie di termine generale

$$n^\alpha \left( \sqrt[4]{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^4}} - 2 \cos \frac{1}{n} + 1 \right).$$