

Complementi di Matematica - Ingegneria Energetica/Elettrica/Sicurezza
Prova scritta intermedia del 20 novembre 2006

1. Si consideri la successione di funzioni definita da

$$f_n(t) := \frac{x}{(1 + nx^2)^2}.$$

- (a) Si trovi il limite puntuale delle f_n , indicando contemporaneamente per quali x tale limite esiste.
- (b) Si dica se f_n converge uniformemente su $[0, 1]$.
- (c) Si dica se f_n converge uniformemente su $[1, 2]$.
- (d) Si dica se la serie $\sum_{n=0}^{\infty} f_n$ converge uniformemente su $[0, 1]$.
- (e) Si dica se la serie $\sum_{n=0}^{\infty} f_n$ converge uniformemente su $[1, 2]$.

2. Si calcoli $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x(1+x^2)} dx$.

3. Si trovi il raggio di convergenza della serie di potenze

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{n2^n}$$

e si trovi l'espressione esplicita di f all'interno del disco di convergenza.

4. Si dica se la funzione $f(z) = e^{x+2iy}$ (dove $z = x + iy$) è olomorfa.