

Esercizi su distribuzioni

1. Si scriva la trasformata di Fourier delle seguenti distribuzioni:

$$u = H = 1_{[0,+\infty[}, \quad u = e^{it}, \quad u = \sin(t), \quad u = t \sin(t)$$

2. Si trovi la soluzione del problema differenziale

$$y' = 3y + u, \quad y = 0 \text{ su }]-\infty, 0[$$

con

$$u = \delta, \quad u = \delta_1, \quad u = \delta'$$

3. Si scriva la soluzione $u(t, x)$ dell'equazione del calore:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

con i seguenti dati iniziali

$$u(0, x) = \delta_1(x), \quad u(0, x) = \delta'(x), \quad u(0, x) = \sin(x), \quad u(0, x) = 1_{[0,1]}(x)$$

(ricordiamo che $1_A(x) = 1$ se $x \in A$, $1_A(x) = 0$ se $x \notin A$).