Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 5 maggio 2002 -A-

Cognome ____________________ Nome ____________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf \{y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - 2x \leq y \quad \forall x > 0\} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{6} - \cos(1/n)) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (4p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \sin(2x)\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\alpha n + 2}{5n+1}\right)^n$$

  converge (4p.): α____________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1 + x + x^2) + 6x + 1$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(1) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2} y - 2x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ____________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0____________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 4$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0____________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^x \cos\sqrt{2x} - 1}{x \sin(x)} \qquad \text{(8 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 5 maggio 2002 -B-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf \{ y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - 3x \leq y \quad \forall x > 0 \} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n \to \infty} n(\sqrt[n]{3} - \cos(1/n)) = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si calcoli l'integrale (4p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} x^2 \sin(3x)\, dx = \underline{\hspace{4cm}}$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\alpha n + 2}{4n + 1} \right)^n$$

  converge (4p.): α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1 + x + x^2) + 3x + 2$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1 + x^2} y - 3x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0 ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 6$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x \cos\sqrt{2x} - 1}{x\sin(x)} \qquad \text{(8 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 5 maggio 2002 -C-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf\{y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - 6x \leq y \quad \forall x > 0\} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{4} - \cos(1/n)) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si calcoli l'integrale (4p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} x^2 \sin(4x)\, dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\alpha n + 2}{5n + 1}\right)^n$$

  converge (4p.): α ______________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1 + x + x^2) + 4x + 3$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(3) =$ ________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2} y - 4x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0 ______________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 8$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0 ______________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x \cos\sqrt{2x} - 1}{x\sin(x)} \qquad \text{(8 p.)}$$

SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Compito del 5 maggio 2002 -D-

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcoli (3p.)

$$\inf \{y \in \mathbf{R} \quad | \quad \ln(x) - 3x \leq y \quad \forall x > 0\} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si calcoli il limite (4p.)

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{2} - \cos(1/n)) = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si calcoli l'integrale (4p.)

$$\int_0^{\frac{\pi}{10}} x^2 \sin(5x)\, dx = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si dica per quali valori del parametro $\alpha \geq 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\alpha n + 2}{2n+1}\right)^n$$

converge (4p.): α ______________________.

- Data la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \ln(1 + x + x^2) + 2x + 2$ si calcoli (3 p.) $(f^{-1})'(2) =$ ____________.

- Data consideri l'equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{1+x^2} y - 5x \quad , \quad y(0) = y_0$$

  - si scriva la soluzione (2 p.) $y(x) =$ ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 la y è decrescente su $[0, +\infty$ (2 p)
    y_0 ______________________;
  - si dica per quali valori di y_0 l'equazione $y(x) = 10$ ha almeno una soluzione (3 p.)
    y_0 ______________________.

- Si calcoli il seguente limite, riportando di seguito i passaggi principali effettuati.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x \cos\sqrt{2x} - 1}{x\sin(x)} \qquad (8 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO