

Cognome _____ Nome _____

- Si dica se (1 punto a risposta giusta -1 punto a risposta sbagliata)
 - la successione $(n \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $(n \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $((1/n) \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $((1/n) \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - (1+n)\sqrt{n^3+1}}{n+2} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3^n}{n^2+2^n} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+3n+1} - \sqrt{n^2-n-1}) =$ _____

• Data la successione $(a_n)_{n \geq 0}$ definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3a_n}{a_n+1} \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

si ha (4 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____ / non esiste

• Si considerino le funzioni $f, g, h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite da $f(x) = e^x + 5x$, $g(x) = f(x^2)$, $h(x) = f(x)^2$, si calcolino: (1 p. le prime tre, 2 p. la quarta)

– $f'(0) =$ _____ ; $g'(0) =$ _____ ;
 – $h'(0) =$ _____ ; $(f^{-1})'(1) =$ _____ .

• Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ si ha: (2+2 p.)

$\sup_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il massimo $\inf_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il minimo

• Si dica per quali valori del parametro α in \mathbf{R} l'equazione

$$x^3 - x = \alpha$$

ha tre soluzioni (distinte anche se non servirebbe dirlo!):(4 p.) α _____

- Si calcoli uno dei due seguenti limiti:

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt{x}) - e^{-2x}}{x^2} \quad (6 \text{ p.})$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos(2\sqrt{x})} - e^{-x}}{x^2} \quad (9 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Cognome _____ Nome _____

- Si dica se (1 punto a risposta giusta -1 punto a risposta sbagliata)
 - la successione $(n \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $(n \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $((1/n) \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $((1/n) \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n)\sqrt{n^3+1} - n^2 - n}{n+2} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+4^n}{n^2+2^n} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-4n-1}) =$ _____

• Data la successione $(a_n)_{n \geq 0}$ definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{4a_n}{a_n + 1} \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

si ha (4 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____ / non esiste

• Si considerino le funzioni $f, g, h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite da $f(x) = e^x + 4x$, $g(x) = f(x^2)$, $h(x) = f(x)^2$, si calcolino: (1 p. le prime tre, 2 p. la quarta)

- $f'(0) =$ _____ ; $g'(0) =$ _____ ;
 - $h'(0) =$ _____ ; $(f^{-1})'(1) =$ _____ .

• Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$ si ha: (2+2 p.)

$\sup_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il massimo $\inf_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il minimo

• Si dica per quali valori del parametro α in \mathbf{R} l'equazione

$$x^3 - x = \alpha$$

ha tre soluzioni (distinte anche se non servirebbe dirlo!):(4 p.) α _____

- Si calcoli uno dei due seguenti limiti:

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt{x}) - e^{-2x}}{x^2} \quad (6 \text{ p.})$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos(2\sqrt{x})} - e^{-x}}{x^2} \quad (9 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Cognome _____ Nome _____

- Si dica se (1 punto a risposta giusta -1 punto a risposta sbagliata)
 - la successione $((1/n) \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $((1/n) \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $(n \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $(n \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - (1+n)\sqrt{n^3+1}}{n^2+1} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+5^n}{n^2+2^n} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n+1} - \sqrt{n^2-3n-1}) =$ _____

• Data la successione $(a_n)_{n \geq 0}$ definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{5a_n}{a_n+1} \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

si ha (4 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____ / non esiste

• Si considerino le funzioni $f, g, h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite da $f(x) = e^x + 3x$, $g(x) = f(x^2)$, $h(x) = f(x)^2$, si calcolino: (1 p. le prime tre, 2 p. la quarta)

– $f'(0) =$ _____ ; $g'(0) =$ _____ ;

– $h'(0) =$ _____ ; $(f^{-1})'(1) =$ _____ .

• Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \frac{6x}{1+x^2}$ si ha: (2+2 p.)

$\sup_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il massimo $\inf_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il minimo

• Si dica per quali valori del parametro α in \mathbf{R} l'equazione

$$x^3 - x = \alpha$$

ha tre soluzioni (distinte anche se non servirebbe dirlo!):(4 p.) α _____

- Si calcoli uno dei due seguenti limiti:

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt{x}) - e^{-2x}}{x^2} \quad (6 \text{ p.})$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos(2\sqrt{x})} - e^{-x}}{x^2} \quad (9 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO

Cognome _____ Nome _____

- Si dica se (1 punto a risposta giusta -1 punto a risposta sbagliata)
 - la successione $((1/n) \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $((1/n) \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $(n \sin(1/n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;
 - la successione $(n \sin(n))_{n \geq 1}$ è limitata sí no, ha limite sí no;

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n)\sqrt{n^3+1} - n^2 - n}{n^2+1} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+5^n}{n^2+3^n} =$ _____

• Si calcoli (2 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+7n+1} - \sqrt{n^2-n-1}) =$ _____

• Data la successione $(a_n)_{n \geq 0}$ definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{6a_n}{a_n+1} \\ a_0 = 1 \end{cases}$$

si ha (4 p.) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____ / non esiste

• Si considerino le funzioni $f, g, h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite da $f(x) = e^x + 2x$, $g(x) = f(x^2)$, $h(x) = f(x)^2$, si calcolino: (1 p. le prime tre, 2 p. la quarta)

– $f'(0) =$ _____ ; $g'(0) =$ _____ ;

– $h'(0) =$ _____ ; $(f^{-1})'(1) =$ _____ .

• Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \frac{8x}{1+x^2}$ si ha: (2+2 p.)

$\sup_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il massimo $\inf_{x \in \mathbf{R}} f(x) =$ _____ è il minimo

• Si dica per quali valori del parametro α in \mathbf{R} l'equazione

$$x^3 - x = \alpha$$

ha tre soluzioni (distinte anche se non servirebbe dirlo!):(4 p.) α _____

- Si calcoli uno dei due seguenti limiti:

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt{x}) - e^{-2x}}{x^2} \quad (6 \text{ p.})$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos(2\sqrt{x})} - e^{-x}}{x^2} \quad (9 \text{ p.})$$

SVOLGIMENTO