Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Prova scritta del 11 febbraio 2003 - A -

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\ln(n^4+1)} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}(3p.)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[4]{n^4+5n^2+1}-n\right)(1+n^2) = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}(4p.)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2}\right)^n = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}(3p.)$$

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(\sqrt{\frac{x-2}{x}e^{2/x}}-1\right) = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}(4p.)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x^2)-2\sin^2(x)}{x^4} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}(3p.)$$

- Data la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definita da $a_n = \dfrac{n^\alpha(1-(-1)^n)}{1+n^4}$ si ha (2p. a domanda):
  $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata superiormente per α ______________
  $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata inferiormente per α ______________
  $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite per α ______________

- Si considerino le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 3x + \arctan(x) + 16$, $g(x) = x^2$, si calcolino: (2 p. a domanda)
  $(f \circ g)'(0) =$ ______________; , $(g \circ f)'(0) =$ ______________;
  $(f^{-1} \circ g)'(4) =$ ______________.

- Quante soluzioni ha l'equazione $\dfrac{\arctan(x)}{1+x^2} = \dfrac{\pi}{8}$: ______________(3p.).

- Si calcolino (4p. in tutto) $\inf\left\{\frac{n^2-5}{n^2+5} : n \in \mathbf{N}\right\} =$ ______________; è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
  $\sup\left\{\frac{n^2-5}{n^2+5} : n \in \mathbf{N}\right\} =$ ______________; è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Data $f(x) = \ln(1+\ln(1+x))$ si scriva il polinomio di Taylor di ordine 3 rispetto all'origine(4p.):
  $P_3(x) =$ ____

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$ per $x > 0$ e $f(x) = 1$ per $x \le 0$, allora (3p.)
  f è continua $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$, f è derivabile $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
  f è derivabile due volte $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Data la funzione $f(x) = \dfrac{1-6x}{x^2}e^x$ se ne studi il dominio, i limiti agli estremi del dominio, il segno, la monotonia e se ne tracci un grafico qualitativo (10p.). SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Prova scritta del 11 febbraio 2003 - B -

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\ln(n^5+1)} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} (3p.)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[4]{n^4+2n^2+1}-n\right)(1+n^2) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} (4p.)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2+3}{n^2}\right)^n = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} (3p.)$$

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(\sqrt{\frac{x-2}{x}e^{2/x}}-1\right) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} (4p.)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x^2)-3\sin^2(x)}{x^4} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} (3p.)$$

- Data la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definita da $a_n = \dfrac{n^\alpha(1-(-1)^n)}{1+n^3}$ si ha (2p. a domanda):
  $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata superiormente per α ______________
  $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata inferiormente per α ______________
  $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite per α ______________

- Si considerino le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 3x + \arctan(x) + 25$, $g(x) = x^2$, si calcolino: (2 p. a domanda)
  $(f\circ g)'(0) =$ ______________; , $(g\circ f)'(0) =$ ______________;
  $(f^{-1}\circ g)'(5) =$ ______________.

- Quante soluzioni ha l'equazione $\dfrac{\arctan(x)}{1+x^2} = \dfrac{\pi}{8}$: ______________ (3p.).

- Si calcolino (4p. in tutto) $\inf\left\{\frac{n^2-2}{n^2+2} : n \in \mathbf{N}\right\} =$ ______________; è il minimo? sí no
  $\sup\left\{\frac{n^2-2}{n^2+2} : n \in \mathbf{N}\right\} =$ ______________; è il minimo? sí no

- Data $f(x) = \ln(1+\ln(1+x))$ si scriva il polinomio di Taylor di ordine 3 rispetto all'origine(4p.):
  $P_3(x) =$ ____

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$ per $x > 0$ e $f(x) = 1$ per $x \le 0$, allora (3p.)
  f è continua sí no , f è derivabile sí no
  f è derivabile due volte sí no

- Data la funzione $f(x) = \dfrac{1-6x}{x^2}e^x$ se ne studi il dominio, i limiti agli estremi del dominio, il segno, la monotonia e se ne tracci un grafico qualitativo (10p.). SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Prova scritta del 11 febbraio 2003 - C -

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\ln(n^6+1)} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{(3p.)}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[4]{n^4+3n^2+1}-n\right)(1+n^2) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{(4p.)}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2+4}{n^2}\right)^n = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{(3p.)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(\sqrt{\frac{x-2}{x}e^{2/x}-1}\right) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{(4p.)}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(6x^2)-6\sin^2(x)}{x^4} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{(3p.)}$$

- Data la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definita da $a_n = \dfrac{n^\alpha(1-(-1)^n)}{1+n^2}$ si ha (2p. a domanda):
$(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata superiormente per α ________________
$(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata inferiormente per α ________________
$(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite per α ________________

- Si considerino le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 3x + \arctan(x) + 36$, $g(x) = x^2$, si calcolino: (2 p. a domanda)
$(f\circ g)'(0) =$ ________________; , $(g\circ f)'(0) =$ ________________;
$(f^{-1}\circ g)'(6) =$ ________________.

- Quante soluzioni ha l'equazione $\dfrac{\arctan(x)}{1+x^2} = \dfrac{\pi}{8}$: ________________(3p.).

- Si calcolino (4p. in tutto) $\inf\left\{\frac{n^2-3}{n^2+3} : n\in\mathbf{N}\right\} =$ ________________; è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
$\sup\left\{\frac{n^2-3}{n^2+3} : n\in\mathbf{N}\right\} =$ ________________; è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Data $f(x) = \ln(1+\ln(1+x))$ si scriva il polinomio di Taylor di ordine 3 rispetto all'origine(4p.):
$P_3(x) =$ ________________________________

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$ per $x > 0$ e $f(x) = 1$ per $x \le 0$, allora (3p.)
f è continua $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$, f è derivabile $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
f è derivabile due volte $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Data la funzione $f(x) = \dfrac{1-6x}{x^2}e^x$ se ne studi il dominio, i limiti agli estremi del dominio, il segno, la monotonia e se ne tracci un grafico qualitativo (10p.). SVOLGIMENTO

Analisi Matematica I - Ing. Aerospaziale/Sicurezza - Prova scritta del 11 febbraio 2003 - D -

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\ln(n^2+1)} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}(3p.)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[4]{n^4+4n^2+1}-n\right)(1+n^2) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}(4p.)$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n^2+5}{n^2}\right)^n = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}(3p.)$$

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(\sqrt{\frac{x-2}{x}e^{2/x}}-1\right) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}(4p.)$$

$$\lim_{x\to0} \frac{\sin(3x^2)-3\sin^2(x)}{x^4} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}(3p.)$$

- Data la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definita da $a_n = \dfrac{n^\alpha(1-(-1)^n)}{1+n^5}$ si ha (2p. a domanda):
$(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata superiormente per α ______________
$(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata inferiormente per α ______________
$(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite per α ______________

- Si considerino le funzioni $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite da $f(x) = 3x + \arctan(x) + 4$, $g(x) = x^2$, si calcolino: (2 p. a domanda)
$(f\circ g)'(0) =$ ______________; , $(g\circ f)'(0) =$ ______________;
$(f^{-1}\circ g)'(2) =$ ______________.

- Quante soluzioni ha l'equazione $\dfrac{\arctan(x)}{1+x^2} = \dfrac{\pi}{8}$: ______________(3p.).

- Si calcolino (4p. in tutto) $\inf\left\{\frac{n^2-4}{n^2+4} : n\in\mathbf{N}\right\} =$ ______________; è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
$\sup\left\{\frac{n^2-4}{n^2+4} : n\in\mathbf{N}\right\} =$ ______________; è il minimo? $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Data $f(x) = \ln(1+\ln(1+x))$ si scriva il polinomio di Taylor di ordine 3 rispetto all'origine(4p.):
$P_3(x) =$ ______________________________________

- Data la funzione f definita da $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$ per $x > 0$ e $f(x) = 1$ per $x \le 0$, allora (3p.)
f è continua $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$, f è derivabile $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$
f è derivabile due volte $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$

- Data la funzione $f(x) = \dfrac{1-6x}{x^2}e^x$ se ne studi il dominio, i limiti agli estremi del dominio, il segno, la monotonia e se ne tracci un grafico qualitativo (10p.). SVOLGIMENTO