

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II  
Anno Accademico 2018-2019  
SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Pisa, 27.01.20

Nome e cognome

Matricola

1. Siano  $f(u, v) = (u^2 + 2v, v^2 - 2u)$ ,  $g(x, y) = \sin(\pi(x - y))$ ,  $h = g \circ f$ .  
Calcolare

$$\frac{\partial h}{\partial u}(-1, -1) .$$

2. Calcolare la lunghezza della curva parametrizzata da  $r : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definita

$$r(t) = (e^t, t\sqrt{2}, e^{-t}) .$$

3. Calcolare

$$\iint_D \frac{x - y}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \leq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ .

4. Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 3y^2 \leq 16\}$  e sia  $\Sigma$  la superficie la cui parametrizzazione è data da

$$r : A \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad r(u, v) = (u, v, u^2 + 3v^2) .$$

Scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente a  $\Sigma$  nel punto  $T = (1, 1, 4)$ .

5. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  il campo vettoriale  $F_\alpha : \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$F_\alpha(x, y) = (\alpha \log(x^2 + y^2), \arctan(2\alpha x/y))$$

è conservativo.

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri, calcolatrici e di qualsiasi apparecchiatura elettronica.  
L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.