

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La funzione $f(x, y) = (x^2 + y, e^y \cdot x \cdot \sin(x))$ ammette una inversa locale nell'intorno del punto $(0, 0)$? V / F
2. I vettori $(1 \ 1 + i \ 1)$ e $(1 \ i \ -i)$ di \mathbb{C}^3 sono tra loro ortogonali? V / F
3. La serie $\sum_{n=2}^{\infty} (n \cdot \log(n))^{-1}$ è convergente? V / F
4. La soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' = x^2(x^2 + t^2) \\ x(0) = -1 \end{cases}$ è definita su $[0, \infty)$? V / F
5. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x''' - 3x'' + 3x' - x = 0 \\ x(0) = 0, x'(0) = 0, x''(0) = 1. \end{cases}$
 Si annulla il $\lim_{t \rightarrow +\infty} \log(t^{-2} \cdot x(t))$? V / F
6. In \mathbb{R}^3 nel piano yz si consideri la circonferenza C di equazione $(y - 2)^2 + z^2 = 1$. Sia S la superficie ottenuta facendo ruotare C intorno all'asse z . È vero che per ogni 2-forma ω su \mathbb{R}^3 tale che $d\omega = 0$ si ha $\int_S \omega = 0$? V / F
7. Sia C la curva in \mathbb{R}^2 di equazione $2e^{x+y} \cos^2(x + \pi/4) = 1$. Quale dei seguenti vettori è tangente a C nel punto $(0, 0)$?
 a $(2, 1)$; b $(2, 2)$; c $(-1, 1)$; d Nessuno dei precedenti.
8. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ la successione definita da $\begin{cases} a_0 = a_1 = 1 \\ a_{n+2} = \alpha \cdot a_{n+1} + \beta \cdot a_n \quad n \geq 2. \end{cases}$
 Quale delle seguenti condizioni garantisce che la successione è limitata?
 a $|\alpha| = |\beta| = 1$; b $|\alpha| \leq 1/2$; c $|\beta| \leq 1/2$; d $|\alpha| + |\beta| \leq 1$.
9. Sia $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie a termini reali e convergente. È convergente la $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$?
 a Sì, sempre; b Sì, purché la convergenza di $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sia assoluta;
 c Può non convergere, anche se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge assolutamente;
 d Converge solo se $a_n = 0$ per ogni n .
10. Se x risolve il problema $\begin{cases} (2t + e^{t+x}) + e^{t+x} \cdot x' = 0 \\ x(0) = \log(2), \end{cases}$ quanto fa $x(1)$?
 a 0; b 1; c -1; d Nessuna delle precedenti.
11. Sia $\alpha(t) = (\cos(t), \sin^3(t))$ per $t \in [0, \pi/2]$. Quanto fa $\int_{\alpha} dx$?
 a $-\pi/2$; b 1; c -1; d $\pi/2$.
12. Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = \sin(1 - x^2 - y^2)\}$ e $\omega(x, y, z) = (1 + e^z) dx dz$.
 Quanto fa $\int_S \omega$?
 a 0; b 1; c e^π ; d Nessuna delle precedenti.

Risposte esatte

1. F
2. F
3. F
4. V
5. F
6. V
7. b
8. d
9. b
10. c
11. c
12. a