



 “Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 27/05/00

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$. Se in A ci sono due righe uguali, le colonne di A sono lin. dip.? V / F
2. L'applicazione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $f(x, y) = (x + 1, y + 1)$ è lineare? V / F
3. Esistono in \mathbb{R}^3 sottospazi W_1, W_2, W_3 con $\dim(W_1) + \dim(W_2) + \dim(W_3) = 4$ e $W_i \cap W_j = \{0\}$ per $i \neq j$? V / F
4. Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, $a_{11} = 1$ e $a_{11}a_{22} = a_{12}a_{21}$, può A avere rango 3? V / F
5. Se $z, w \in \mathbb{C}$ hanno argomenti rispettivi $2\pi/3$ e $3\pi/4$, allora $z \cdot w$ ha argomento $\pi/2$? V / F
6. Sia $k \in \mathbb{R}$ un parametro e sia $X_k = \{p(t) \in \mathbb{R}[t] : p(1 - k^2) = k\}$. Per quanti valori di k si ha che X_k è un sottospazio di $\mathbb{R}[t]$? A Uno. B Due. C Nessuno. D Tutti.
7. Che dimensione ha il sottospazio di \mathbb{R}^4 generato dai vettori $(1, 0, 2, 0), (1, 1, 1, -1), (-2, 0, -4, 0), (0, -1, 1, 1)$? A 1. B 2. C 3. D 4.
8. Quali sono le coordinate del polinomio $1 - x + 3x^2$ nella base $1 + x, 1 - x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
 A $(1, 0, 1/3)$; B $(0, 1, 3)$. C $(0, 1, 1/3)$. D $(1, 0, 3)$.
9. Sia $f: \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ definita da $f(p(x)) = (x + 1)p(x)$. La matrice associata a f rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ e $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ è:
 A $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. B $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. C $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. D La f non è lineare.
10. Sia $f: V \rightarrow W$ lineare e $W = Z \oplus \text{Im}(f)$. Quale è vera?
 A $\dim(Z) = \dim(W) + \dim(\text{Ker}(f))$. B $\dim(Z) + \dim(V) = \dim(W) + \dim(\text{Ker}(f))$.
 C $\dim(Z) = \dim(\text{Ker}(f))$. D $\dim(Z) + \dim(V) = \dim(\text{Ker}(f))$.
11. Se il sistema omogeneo associato a un sistema lineare ha soluzione unica, anche il sistema originale ha soluzione unica? A Sì, sempre. B No, mai. C Sì se il sistema è quadrato.
 D Sì se il sistema è sovradeterminato.
12. Come si parametrizza la retta di equazioni $x + y + z = 3, -x + 2y + 3z = 0$? A Non è una retta.
 B $t_1 \cdot (1, 1, 1) + t_2 \cdot (-1, 2, 3)$. C $(2, 1, 0) + t(1, 4, 3)$. D $(0, 9, -6) + t(-1, 4, -3)$.
13. In \mathbb{C}^4 sia $U = \text{Span}((0, 1 + i, i, 2), (1, i, -1, 0))$ e $W = \text{Span}((i, 1, -1, 1 - i), (2i, 1 + i, -1, 3 - i))$. Quanto fa $\dim(U + W)$? A 1. B 2. C 3. D 4.
14. In \mathbb{R}^3 sia ℓ la retta di equazioni $x + y = 1, x - z = 0$. Che equazione ha il piano ortogonale a ℓ e passante per $(0, 1, 0)$?
 A $x - y + z = -1$. B $x + y + z = 1$. C $x + y - z = 1$. D $x - y - z = -1$.
15. Che autovalori ha la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$?
 A 0, 1, 3. B 0, -1, 1. C 3, 1, -1. D 0, -1, 3.

 Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. A

7. B

8. B

9. A

10. B

11. C

12. D

13. C

14. A

15. D



“Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 27/05/00

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

- 1. V F
- 2. V F
- 3. V F
- 4. V F
- 5. V F
- 6. A B C D
- 7. A B C D
- 8. A B C D
- 9. A B C D
- 10. A B C D
- 11. A B C D
- 12. A B C D
- 13. A B C D
- 14. A B C D
- 15. A B C D

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥
