"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 2/9/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. L'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x+y+1=0\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Un sistema di 4 equazioni in 7 incognite può avere soluzione unica? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. È nullo il determinante del minore A^{32} nella matrice $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & +2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Dati $u,v,w \in \mathbb{R}^2$ non nulli e tali che $\langle u|w\rangle = \langle v|w\rangle = 0$, se ne può concludere che u e v sono multipli tra loro? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Esiste $f : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^7$ lineare ed iniettiva ma non surgettiva? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Quanti vettori $v = (x,y,z)$ esistono in $\mathbb{R}^3$ tali che $x \cdot y \cdot z = 0$ e $\|v\| = 1$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti.

7. Per quanti valori di $k \in \mathbb{C}$ i vettori (k,i) e $(-i,k)$ sono tra loro ortogonali in $\mathbb{C}^2$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Tutti. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti ma non tutti.

8. Dato un insieme $u_1, \ldots, u_5$ di vettori di $\mathbb{R}^3$, se ne può estrarre:

$\boxed{\text{A}}$ Una base di $\mathbb{R}^3$. $\boxed{\text{B}}$ Un insieme di generatori di $\mathbb{R}^3$.
$\boxed{\text{C}}$ Un insieme di vettori linearmente indipendenti. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

9. Se $W_1, W_2, W_3 \subset \mathbb{R}^3$ sono sottospazi tutti di dimensione 1, si può concludere che:

$\boxed{\text{A}}$ $W_1 + W_2 + W_3 = \mathbb{R}^3$. $\boxed{\text{B}}$ $W_i \cap W_j \neq \{0\}$ per opportuni i,j distinti.
$\boxed{\text{C}}$ $W_1 \cap (W_2 + W_3) \neq \{0\}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

10. Quante funzioni $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ lineari esistono tali che $f(e_1) = e_2$ e $f(e_2) = e_1$?

$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

11. Siano $V = \mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$. Sia $f : V \to V$ data da $f(p(t)) = p(t) + p(1)$. Chi è $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & t^2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ è triangolare superiore e invertibile, la sua inversa è:

$\boxed{\text{A}}$ Nulla. $\boxed{\text{B}}$ L'identità. $\boxed{\text{C}}$ Triangolare superiore. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

13. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - y = 3 \\ y - z = -1 \end{cases}$?

$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

14. Dati $z, w \in \mathbb{C}$, quale delle seguenti condizioni garantisce che $z - w$ è immaginario puro?

$\boxed{\text{A}}$ $z + \overline{z} = w + \overline{w}$. $\boxed{\text{B}}$ $z + w = \overline{z} + \overline{w}$. $\boxed{\text{C}}$ $z - \overline{z} = w - \overline{w}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna di esse.

15. Si consideri una matrice $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{R})$ e vettori $v, w \in \mathbb{R}^4$ non nulli tali che $Av = 0$ e $Aw = w$. Sia $p_A(t) = \det(t \cdot I_4 - A)$. Quale può essere la molteplicità di 0 come radice di $p_A(t)$?

$\boxed{\text{A}}$ Almeno 3. $\boxed{\text{B}}$ Tra 1 e 3. $\boxed{\text{C}}$ Tra 1 e 4. $\boxed{\text{D}}$ Può non essere una radice.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. V

4. V

5. F

6. D

7. D

8. C

9. D

10. A

11. A

12. C

13. D

14. A

15. B

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 2/9/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡