



Matematica III — Quiz del 01/02/03

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Sia  $\alpha : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  data da  $\alpha(t) = (t, |\sin(t)|)$ .

Esiste una riparametrizzazione  $\beta$  di  $\alpha$  tale che  $\beta'$  esiste sempre ed è non nullo?  V /  F

2. Se  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile, può l'equazione  $f(x, y, z) = 0$  definire una curva?  V /  F

3. È stabile il punto  $(0, 0)$  di equilibrio per  $\begin{cases} x' = -1 + e^{x-y} \\ y' = -1 + (x+1)^3 - 2y \end{cases}$ ?  V /  F

4. È vero che  $\cosh(-z) = \cos(iz)$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ ?  V /  F

5. Sia  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : z \neq \bar{z}\}$  e  $f \in \mathcal{H}(\Omega)$  tale che  $f(\frac{1}{n} + i) = 0$  per ogni  $n$ .

Ne segue che  $f$  è sempre nulla?  V /  F

6. Se  $\alpha(t) = (1 + t^7, 1 + t^9)$  per  $t \in [0, 1]$  e  $\omega = \frac{1}{x} dx + \frac{1}{y} dy$ , quanto fa  $\int_{\alpha} \omega$ ?

A 16 log 2.  B 16.  C log 4.  D log 2.

7. Se  $\Omega = [-\pi, \pi] \times [-1, 1] \times [0, 1]$  e  $v(x, y, z) = (\sin(x) e^{y^2+z^2}, (1-y^2) \cos(z), zy^2)$ , quanto fa  $\int_{\Omega} \operatorname{div}(v)$ ?

A  $4\pi/3$ .  B 2.  C  $\pi/4$ .  D 0.

8. Date  $u, v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $u' = v$ ,  $v' = 5v - 6u$ ,  $u(0) = 0$ ,  $v(0) = 1$ , posto  $l_{\pm} = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} u(t)$  si ha:

A  $l_+ = -l_- = +\infty$ .  B  $l_+ = +\infty, l_- = 0$ .  C  $l_+ = 0, l_- = +\infty$ .  D  $l_+ = -l_- = -\infty$ .

9. Dati  $a_k$  e  $a_{k+1}$ , è fissata univocamente la  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  tale che  $a_{n+2} = a_{n+1}^2 + (n-3)a_n$ ?

A Sì, per ogni  $k$ .  B No, per nessun  $k$ .  C Sì se  $k \geq 4$ .  D Sì se  $k \leq 3$ .

10. Sia  $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2^n}$ . Quale è falsa?  A  $S$  è assolutamente convergente.

B  $S$  converge e  $s < 5/6$ .  C  $S$  converge e  $S > 2/3$ .  D  $S = 49/66$ .

11. Se  $u = x \cosh y \sin x - y \sinh y \cos x$ , per quale delle seguenti  $v$  si ha che  $u + iv$  è olomorfa?

A  $v = x \cosh x \sin y + y \sinh x \cos y$ .  B  $v = x \cosh x \sin y - y \sinh x \cos y$ .

C  $v = x \sinh y \cos x - y \cosh y \sin x$ .  D  $v = x \sinh y \cos x + y \cosh y \sin x$ .

12. Siano  $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{i\})$  con una singolarità essenziale in  $i$ , ed  $R$  il raggio di convergenza dello sviluppo di Taylor di  $f$  in 0. Quale è vera?  A  $R > 1$ .  B  $R = 1$ .  C  $R < 1$ .  D  $R = +\infty$ .

13. Sia  $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta}_2 \setminus \{0\})$  e sia  $g(z) = z^2 f(z)$ . Se  $|f(z)| \leq 1$  per  $|z| = 2$ , quale delle seguenti è la migliore maggiorazione per il residuo  $r$  di  $g$  in 0?

A  $|r| \leq \pi/4$ .  B  $|r| \leq 1/8$ .  C  $|r| \leq 16\pi$ .  D  $|r| \leq 8$ .

14. Quanto fa  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x-i)(x^2+4)}$ ?  A  $\pi/3$ .  B  $-\pi/3$ .  C  $i\pi/3$ .  D  $-i\pi/3$ .

15. Se  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$  e  $\alpha_n(f)$  è il suo  $n$ -esimo coefficiente di Fourier, quale delle seguenti garantisce che  $\alpha_{-n}(f) = \alpha_n(f)$  per ogni  $n$ ?

A  $f$  ha valori reali.  B  $f$  è un polinomio.  C  $f$  è pari.  D Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



---

Matematica III — Quiz del 01/02/03

---

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

---



## Risposte esatte

. . .

1. F

2. V

3. V

4. V

5. F

6. C

7. A

8. B

9. D

10. D

11. D

12. B

13. D

14. A

15. C