UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 24/09/01

**Nome** ________ **Cognome** ________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

**1.** Una $F : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}^3$ infinitamente derivabile è sempre una parametrizzazione di una superficie? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**2.** Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è derivabile e $x'(t) = x(t) \cdot (t - x(t))^2$ per ogni $t$, ne segue che $x$ è infinitamente derivabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**3.** Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ è derivabile e invertibile, la sua inversa è anch'essa derivabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**4.** Se una successione di funzioni continue su $[0,1]$ converge uniformemente ad una $f$, la $f$ è integrabile su $[0,1]$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**5.** Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ e $\lim_{z\to 0}\left(z^2 \cdot f(z)\right) = 1$, la singolarità di $f$ in 0 può essere eliminabile ? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**6.** Sia $\alpha : [0, \pi/2] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(\theta) = (\sin(\theta), 2\cos(\theta))$. Sia $f(x, y) = x \cdot y$. Quanto fa $\int_\alpha f$?

$\boxed{\text{A}}$ $14/9$. $\boxed{\text{B}}$ $\pi$. $\boxed{\text{C}}$ $1/2$. $\boxed{\text{D}}$ $-\infty$.

**7.** Dati $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ e $v : \Omega \to \mathbb{R}^2$, la $\mathrm{div}(v)$ è una funzione:

$\boxed{\text{A}}$ $\partial\Omega \to \mathbb{R}$. $\boxed{\text{B}}$ $\partial\Omega \to \mathbb{R}^2$. $\boxed{\text{C}}$ $\Omega \to \mathbb{R}$. $\boxed{\text{D}}$ $\Omega \to \mathbb{R}^2$.

**8.** Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \le 1, \ -1 \le z \le 1\}$. Quanto fa $\int_{\partial C} z \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$?

$\boxed{\text{A}}$ $2\pi$. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $-1$. $\boxed{\text{D}}$ $\pi$.

**9.** Sia $x$ la soluzione del problema di Cauchy $x'' - 2x' - 3x = 0$, $x(0) = 2$, $x'(0) = 2$. Quanto fa $\lim_{t\to+\infty} \exp(-t) \cdot x(t)$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $+\infty$. $\boxed{\text{D}}$ $-1$.

**10.** Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ tale che $a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$. Quanto fa $\lim_{n\to\infty} 3^{-n} \cdot a_n$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ $1/3$. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ $+\infty$.

**11.** Quanto fa $(\partial/\partial\overline{z})(\overline{z}^2 \cdot \cos(z))$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ $2\overline{z} \cdot \cos(z) - \overline{z}^2 \cdot \sin(z)$. $\boxed{\text{C}}$ $2\overline{z} \cdot \cos(z)$. $\boxed{\text{D}}$ $-\overline{z}^2 \cdot \sin(z)$.

**12.** Che tipo di singolarità ha in 0 la funzione meromorfa $\cos(1/z)$?

$\boxed{\text{A}}$ Eliminabile. $\boxed{\text{B}}$ Essenziale. $\boxed{\text{C}}$ Polo di ordine 1. $\boxed{\text{D}}$ Polo di ordine maggiore di 1.

**13.** Se $f$ è meromorfa su $\mathbb{C}$ con poli precisamente nei punti 0 e in $1 + i$, per quali $z$ converge lo sviluppo di Laurent di $f$ con centro in 0?

$\boxed{\text{A}}$ Per $|z| > 0$. $\boxed{\text{B}}$ Per $0 < |z| < \sqrt{2}$. $\boxed{\text{C}}$ Per $|z| < \sqrt{2}$. $\boxed{\text{D}}$ Per ogni $z$.

**14.** Data $f : [-\pi, +\pi] \to \mathbb{C}$, quale delle seguenti condizioni è la minima che garantisce che la serie di Fourier di $f$ converge a $f$ su $[-\pi, \pi]$? $\boxed{\text{A}}$ $f$ è continua. $\boxed{\text{B}}$ $f$ è continua e $f(-\pi) = f(+\pi)$. $\boxed{\text{C}}$ $f$ ha derivata continua. $\boxed{\text{D}}$ $f$ ha derivata continua e $f(-\pi) = f(+\pi)$.

**15.** Se $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ ammettono trasformate di Fourier $F = \mathcal{F}(f)$ e $G = \mathcal{F}(g)$, quanto fa la trasformata $\mathcal{F}(f * g)$ della loro convoluzione $f * g$?

$\boxed{\text{A}}$ $F \cdot G$. $\boxed{\text{B}}$ $(F \cdot G)/2\pi$. $\boxed{\text{C}}$ $F + G$. $\boxed{\text{D}}$ $(F + G)/2\pi$.

---

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono $\pm 3$ punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

---

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

# Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

**1.** F

**2.** V

**3.** F

**4.** V

**5.** F

**6.** A

**7.** C

**8.** A

**9.** C

**10.** D

**11.** C

**12.** B

**13.** B

**14.** D

**15.** A

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 24/09/01

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

**1.** V F

**2.** V F

**3.** V F

**4.** V F

**5.** V F

**6.** A B C D

**7.** A B C D

**8.** A B C D

**9.** A B C D

**10.** A B C D

**11.** A B C D

**12.** A B C D

**13.** A B C D

**14.** A B C D

**15.** A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡