



“Matematica III 00/01” + “Matematica 99/00” – Quiz del 08/01/01

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

- Se  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}$ ,  $n$  è la normale esterna a  $\Omega$  lungo  $\partial\Omega$ , e  $v(x, y) = (-e^x, xy + ye^x)$ , è vero che  $\int_{\partial\Omega} \langle v | n \rangle = 0$ ?  V /  F
- La soluzione del problema  $\begin{cases} x' = x \cdot e^t - t \cdot e^x \\ x(0) = 0 \end{cases}$  è di classe  $C^4$  dove è definita?  V /  F
- Sia  $f(x, y) = \frac{x+1+i(y+1)}{x^2-y^2-2ixy}$ . La  $f$  soddisfa le equaz. di Cauchy-Riemann su  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ ?  V /  F
- Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è  $2\pi$ -periodica e  $C^1$  e  $\int_{-\pi}^{+\pi} \cos(nt) f(t) dt = 0 \forall n$ , ne segue che  $f$  è dispari?  V /  F
- Data  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{C}$  tale che la trasformata di Laplace  $\mathcal{L}(f)(z)$  è olomorfa per  $\Re(z) > 1$ , si può concludere che  $\lim_{t \rightarrow \infty} |f(t)| = 0$ ?  V /  F
- Sia  $\alpha(t) = (t, \sin(t^2/\pi), t(t - \pi))$  per  $t \in [0, \pi]$  e sia  $\omega = \cos(y) \cdot (dx + dz) - \sin(y) \cdot (x + z) \cdot dy$ . Quanto fa  $\int_{\alpha} \omega$ ?  A 0.  B 1.  C  $\pi$ .  D  $-1$ .
- Sia  $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$  una superficie che non si può esprimere localmente in nessun punto come grafico di una funzione  $z = z(x, y)$ . Quale è giusta?  A  $\Sigma$  è una sfera.  B  $\Sigma$  è un piano verticale.  C  $\Sigma$  è unione di segmenti verticali.  D Nessuna tale  $\Sigma$  esiste.
- In  $\mathbb{R}^2$  sia  $\alpha$  la curva di equazione  $y^3 = x \cdot \cos(x + y)$ . Il vettore  $(-2, 0)$  è mai normale ad  $\alpha$ ?  A No, mai.  B Sì, nel punto  $(0, 0)$ .  C Sì, nel punto  $(\pi, 0)$ .  D Sì, nel punto  $(\pi/2, 0)$ .
- Le soluzioni dell'equazione differenziale  $x' = \sin(x)$  sono:  A Tutte definite e limitate su tutto  $\mathbb{R}$ .  B Tutte definite su tutto  $\mathbb{R}$ , ma alcune non limitate.  C Alcune non definite su tutto  $\mathbb{R}$ .  D Tutte costanti.
- Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  infinitamente derivabile. Il problema di Cauchy  $\begin{cases} x' = f(t, x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$  ammette soluzione definita su tutto  $\mathbb{R}$ ?  A Sì, sempre.  B Sì se  $f(t, x) = 0$  per  $|t| \geq 1$ .  C Sì se  $f(t, x) = 0$  per  $|x| \geq 1$ .  D Sì se  $f(t, x)$  non dipende da  $t$ .
- Si consideri l'equazione alle differenze  $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$ . Quale condizione garantisce che il limite di  $\frac{a_n}{2^n}$  sia finito?  A  $a_1 = 3 \cdot a_0$ .  B  $a_1 = 2 \cdot a_0$ .  C  $a_0 = 3 \cdot a_1$ .  D  $a_0 = 2 \cdot a_1$ .
- Si consideri la serie di funzioni  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x^2+1)^n}{2^n}$ . Quale è giusta?  A Converge uniformemente su  $(-1, 1)$ .  B Definisce una funzione continua su  $(-1, 1)$ .  C Converge puntualmente su  $[-1, 1)$ .  D Non converge per  $x = \frac{100}{101}$ .
- Se  $z = x + iy$ , quanto fa la parte immaginaria di  $z \cdot e^z - 1/z$ ?  A  $e^x(x \sin(y) + y \cos(y)) + y/(x^2 + y^2)$ .  B  $e^x(x \sin(y) + y \cos(y)) - y/(x^2 + y^2)$ .  C  $(x \sin(y) + y \cos(y)) + y/(x^2 + y^2)$ .  D  $(x \sin(y) + y \cos(y)) - y/(x^2 + y^2)$ .
- Quanto fa  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)(4+x^2)}$ ?  A  $2\pi/3$ .  B  $2\pi$ .  C  $4\pi/3$ .  D  $\pi/3$ .
- Data  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  tale che la trasformata di Fourier della derivata  $f'$  risulta  $\mathcal{F}(f')(s) = s^2 e^{-s^2}$ , quanto fa  $\mathcal{F}(f)(s)$ ?  A  $is \cdot e^{-is^2}$ .  B  $-is \cdot e^{-is^2}$ .  C  $is \cdot e^{-s^2}$ .  D  $-is \cdot e^{-s^2}$ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



## Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. F

4. V

5. F

6. C

7. C

8. B

9. A

10. C

11. B

12. B

13. A

14. D

15. D



“Matematica III 00/01” + “Matematica 99/00” – Quiz del 08/01/01

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥

---