

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

10 gennaio 2011

\*AA\*\*AA\*

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n+1)!}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n + 1} \right)^{n-1}.$$

2. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n^2 - 1, \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione per i seguenti valori del parametro  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\alpha = 1$  e, facoltativo,  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

3. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}, \\ a_1 = 2011. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione.

4. Calcolare, o dimostrare che non esistono, i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| + \sin x}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \cos \frac{1}{x^2}.$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

10 gennaio 2011

\*BB\*\*BB\*

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^{n-1}}{n!}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - n - 1}{n^2 - n + 1} \right)^{n-1}.$$

2. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n^2 - 1, \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione per i seguenti valori del parametro  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\alpha = 1$  e, facoltativo,  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

3. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}, \\ a_1 = 2011. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione.

4. Calcolare, o dimostrare che non esistono, i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sin(x+3).$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

10 gennaio 2011

\*CC\*\*CC\*

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^n}{n!}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n + 1} \right)^{2n-1}.$$

2. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = 1 - a_n^2, \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione per i seguenti valori del parametro  $\alpha = -2$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = -1$  e, facoltativo,  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

3. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}, \\ a_1 = 2011. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione.

4. Calcolare, o dimostrare che non esistono, i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| - \sin x}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos(x+1).$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

10 gennaio 2011

\*DD\*\*DD\*

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n-1}}{n!}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n + 1} \right)^{n^2-1}.$$

2. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = 1 - a_n^2, \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione per i seguenti valori del parametro  $\alpha = -2$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = -1$  e, facoltativo,  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

3. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}, \\ a_1 = 2011. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione.

4. Calcolare, o dimostrare che non esistono, i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{|x|}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \sin \frac{1}{x^2}.$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.