

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
2 febbraio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1			X		
2			X		
3		X			
4					X
5					X
6					X
7	X				
8			X		
9					X
10					X

## Prima parte, Tema A

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = \arctan(\log(x))$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $\frac{1}{1+(\log(x))^2}$     B:  $\frac{\log(x)}{1+(\log(x))^2}$     C: N.A.    D:  $\frac{x}{1+(\log(x))^2}$     E:  $\frac{1}{1+(\log(x))^2} \frac{1}{\log(x)}$
- 2) L'integrale  $\int_0^1 \frac{e^x-1}{x^a} dx$   
A: converge per  $a < 1$     B: converge per  $a > 1$     C: converge per  $a < 2$   
D: N.A.    E: converge per  $a > 2$
- 3) La funzione  $f(x) = x^a$ , per  $x > 0$ , è convessa  
A: per ogni  $a > 0$     B: per ogni  $1 < a < 2$     C: N.A.    D: per nessun valore di  $a$   
E: per ogni  $a \in \mathbb{R}$
- 4) La funzione
- $$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$
- A: N.A.    B: è convessa    C: è derivabile    D: è illimitata    E: è continua
- 5) L'equazione differenziale  $y'(x) + y(x) = x$ , con condizioni  $y(0) = 0$ ,  
A: ha infinite soluzioni    B: non è lineare    C: non ha soluzione    D: N.A.  
E: ha un'unica soluzione
- 6) Il numero complesso  $e^{(e^{\pi i})}$  è uguale a  
A:  $e$     B: N.A.    C:  $-1$     D:  $i$     E:  $\frac{1}{e}$
- 7) La successione  $n^{\frac{1}{n}}$ , per  $n \rightarrow \infty$ ,  
A: converge a 1    B: converge a 0    C: N.A.    D: non converge  
E: diverge a  $+\infty$
- 8)  $\int_0^1 \log(x) dx =$   
A:  $-\infty$     B:  $+\infty$     C:  $-1$     D: N.A.    E: 1
- 9) La serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$   
A: diverge    B: N.A.    C: converge a  $\frac{1}{e}$     D: converge a 1    E: converge a  $e$
- 10) L'estremo inferiore dell'insieme  $\{e^{-x^2} : x \in \mathbb{R}\}$  è  
A: N.A.    B:  $-\infty$     C: 1    D:  $+\infty$     E: 0

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema B**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
2 febbraio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1				X	
2					X
3	X				
4		X			
5	X				
6	X				
7					X
8					X
9				X	
10		X			

## Prima parte, Tema B

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = \log(\arctan(x))$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $\frac{1}{1+(\log(x))^2}$     B:  $\frac{1}{\arctan(x)+x^2}$     C: N.A.    D:  $\frac{1}{(1+x^2)\arctan(x)}$     E:  $\frac{\log(x)}{\arctan(x)}$
- 2) L'integrale  $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x^a} dx$   
A: converge per  $a > 1$     B: converge per  $a < 1$     C: converge per  $a > 2$   
D: N.A.    E: converge per  $a < 2$
- 3) La funzione  $f(x) = x^a$ , per  $x > 0$ , è monotona crescente  
A: per ogni  $a > 0$     B: solo per  $1 < a < 2$     C: N.A.    D: per nessun valore di  $a$   
E: per ogni  $a \in \mathbb{R}$
- 4) La funzione  
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|} \cos(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$
A: N.A.    B: è continua    C: è derivabile    D: è limitata    E: è convessa
- 5) L'equazione differenziale  $y''(x) + y(x) = x$ , con condizioni  $y(0) = 0$ ,  
A: ha infinite soluzioni    B: non è lineare    C: non ha soluzione    D: N.A.  
E: ha un'unica soluzione
- 6) Il numero complesso  $e^{(e^{2\pi i})}$  è uguale a  
A:  $e$     B: N.A.    C:  $-1$     D:  $i$     E:  $\frac{1}{e}$
- 7) La successione  $n^{-\frac{1}{n}}$ , per  $n \rightarrow \infty$ ,  
A: diverge a  $+\infty$     B: converge a 0    C: N.A.    D: non converge  
E: converge a 1
- 8)  $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx =$   
A: 2    B:  $\arctan(1)$     C: 1    D: N.A.    E:  $\log(2)$
- 9) La serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$   
A: diverge    B: N.A.    C: converge a  $\frac{2}{3}$     D: converge a  $\frac{3}{2}$     E: converge a 3
- 10) L'estremo inferiore dell'insieme  $\{\cos(x^2) : x \in \mathbb{R}\}$  è  
A: N.A.    B:  $-1$     C: 1    D:  $-\infty$     E: 0

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema C**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
2 febbraio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1					X
2				X	
3	X				
4			X		
5					X
6	X				
7					X
8		X			
9					X
10			X		

## Prima parte, Tema C

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = \log(\tan(x))$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $\frac{\cos(x)}{\sin(x)}$     B:  $\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$     C: N.A.    D:  $\frac{1}{\tan(x)}$     E:  $\frac{1}{\sin(x)\cos(x)}$
- 2) L'integrale  $\int_0^1 \frac{1-\cos(x)}{x^a} dx$   
A: converge solo per  $a < 2$     B: converge solo per  $a > 2$   
C: converge solo per  $a < 1$     D: N.A.    E: converge solo per  $a > 1$
- 3) La funzione  $f(x) = x^a$ , per  $x > 0$ , è monotona decrescente  
A: per ogni  $a < 0$     B: per ogni  $a > 0$     C: N.A.    D: per nessun valore di  $a$   
E: per ogni  $a \in \mathbb{R}$
- 4) La funzione  
$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$
  
A: N.A.    B: è convessa    C: è continua    D: è periodica    E: è limitata
- 5) L'equazione differenziale  $y'(x) + y(x) = 0$   
A: ha solo la soluzione  $y = 0$     B: non è lineare    C: non ha soluzione    D: N.A.  
E: ha infinite soluzioni
- 6) Il numero complesso  $e^{(e^{3\pi i})}$  è uguale a  
A:  $\frac{1}{e}$     B:  $e$     C:  $-1$     D:  $i$     E: N.A.
- 7) La successione  $n!e^{-n}$ , per  $n \rightarrow \infty$ ,  
A: converge a 1    B: converge a 0    C: N.A.    D: converge a  $\sqrt{2\pi}$   
E: diverge a  $+\infty$
- 8)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan(x) dx =$   
A:  $-\infty$     B:  $+\infty$     C:  $-1$     D: N.A.    E: 1
- 9) La serie  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n}$   
A: diverge    B: N.A.    C: converge a  $\frac{1}{2}$     D: converge a 1    E: converge a 2
- 10) L'estremo inferiore dell'insieme  $\{|\arctan(x)| : x \in \mathbb{R}\}$  è  
A: N.A.    B:  $-\infty$     C: 0    D:  $\frac{\pi}{2}$     E:  $-\frac{\pi}{2}$

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Seconda parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
2 febbraio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} (n^{1/n} - 1) (3x)^n$$

E.2 Determinare il seguente sottoinsieme del piano complesso

$$\{z \in \mathbb{C} : |z^2 + 1| = |z^2 - 1|, |z| = 4\}.$$

E.3 Dire, giustificando la risposta, per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 \arctan(1/x)}{(\log(1+x) + x)^\alpha} dx.$$

E.4 Studiare la funzione  $f(x) = |x|^{\frac{2}{3}}e^{-x}$  e disegnarne il grafico.

Al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ , determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \lambda.$$

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Seconda parte, Tema B**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
2 febbraio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{n=\infty} \sin\left(\frac{1}{n \log(n)}\right) (2x)^n$$

E.2 Determinare il seguente sottoinsieme del piano complesso

$$\{z \in \mathbb{C} : |z^2 + i| = |z^2 - i|, |z| = 2\}.$$

E.3 Dire, giustificando la risposta, per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha \arctan(1/x)}{(\log(1+x) + x)^2} dx.$$

E.4 Studiare la funzione  $f(x) = |x|^{\frac{3}{4}}e^x$  e disegnarne il grafico.

Al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ , determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$f(x) = \lambda.$$