

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
12 gennaio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1			X		
2		X			
3		X			
4	X				
5				X	
6	X				
7		X			
8			X		
9		X			
10	X				

## Prima parte, Tema A

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = (x)^{e^x}$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $e^x x^{e^x} \log(x)$     B:  $e^x x^{e^x}$     C: N.A.    D:  $(e^x - 1)x^{e^x}$     E:  $x^{e^x} \log(x)$
- 2) L'integrale  $\int_0^1 \arctan(x)^a dx$   
A: converge per  $a < -1$     B: converge per  $a > -1$     C: diverge sempre  
D: N.A.    E: converge per ogni  $a \in \mathbb{R}$
- 3) Data  $f(x) = |x - \pi|$  si ha che  
A:  $f$  è monotona    B:  $f$  è convessa    C: N.A.    D:  $f$  è derivabile  
E:  $f$  è invertibile
- 4) Data  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f' > 0$ . Allora  
A: N.A.    B:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$     C:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c \in \mathbb{R}$   
D:  $f$  ha un asintoto obliquo    E:  $f(x)/x$  diverge
- 5) L'equazione differenziale  $y''(x) + y(x) = \tan(x)$   
A: ha soluzione  $\cos(x)$     B: ha soluzione  $\sin(x)$     C: non ha soluzione  
D: N.A.    E: non è lineare
- 6) Una radice settima di  $i$  è data da  
A:  $e^{\frac{i\pi}{14}}$     B: N.A.    C:  $e^{\frac{i\pi}{7}}$     D:  $|i|^{1/7}$     E: 1
- 7) La funzione  $\sin(x^2) + \cos(x) - 1$  è, per  $x \rightarrow 0$ ,  
A:  $o(x^2)$     B:  $o(\sin(x))$     C: N.A.    D:  $o(\sin(x^2))$     E:  $o(\cos(x) - 1)$
- 8) La successione  $(-1)^n \frac{n!}{n^n} + \frac{1}{\log(n)}$   
A: diverge    B: N.A.    C: converge  
D: non ha limite    E: la serie associata converge
- 9)  $\int_{-1}^1 |x| dx =$   
A: 0    B: 1    C: 2    D: 1/2    E: N.A.
- 10) Date due successioni  $a_n$  e  $b_n$  illimitate, si ha che la successione  $a_n + b_n$   
A: N.A.    B: è illimitata    C: diverge  
D: converge se  $a_n \rightarrow +\infty$  e  $b_n \rightarrow -\infty$     E: converge solo se  $a_n = -b_n$

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema B**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
12 gennaio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1				X	
2	X				
3			X		
4		X			
5					X
6			X		
7			X		
8				X	
9	X				
10				X	

## Prima parte, Tema B

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = x^x$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $x^x \log(x)$     B:  $x^x$     C: N.A.    D:  $x^x(\log(x) + 1)$     E:  $x^x + \log(x)$
- 2) L'integrale  $\int_0^1 \sin(x)^a dx$   
A: converge per  $a > -1$     B: converge per  $a < -1$     C: diverge sempre  
D: N.A.    E: converge per ogni  $a \in \mathbb{R}$
- 3) Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$  è uguale a  
A: 0    B: N.A.    C: 1    D: non esiste    E:  $+\infty$
- 4) Data  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  monotona crescente. Allora  
A:  $f$  è derivabile    B:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$     C: N.A.  
D:  $f$  ha un asintoto orizzontale    E:  $f$  ha un asintoto obliquo
- 5) L'equazione differenziale  $y''(x) + y'(x) = \sin(x)e^x$   
A: ha una sola soluzione    B: ha due soluzioni    C: non ha soluzione  
D: N.A.    E: ha infinite soluzioni
- 6) Una radice quarta di  $-1$  è data da  
A:  $e^{\frac{i\pi}{2}}$     B: N.A.    C:  $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$     D:  $-i$     E:  $i$
- 7) La funzione  $|e^x - 1|$  è  
A: iniettiva    B: surgettiva    C: N.A.    D: convessa    E: monotona
- 8) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$   
A: diverge    B: N.A.    C: converge semplicemente ma non assolutamente  
D: converge assolutamente    E: non converge
- 9)  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) \cos(x) dx =$   
A: 0    B: 1    C:  $\pi$     D:  $2\pi$     E: N.A.
- 10) La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(0) = 0$  e  $f(x) = x \cos(1/x)$  per  $x \neq 0$  è  
A: N.A.    B: periodica    C: derivabile    D: continua    E: pari

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema C**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
12 gennaio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1			X		
2	X				
3			X		
4			X		
5				X	
6			X		
7					X
8	X				
9				X	
10				X	

## Prima parte, Tema C

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = x^{\sin(x)}$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $x^{\sin(x)} \cos(x)$     B:  $x^{\sin(x)}$     C: N.A.    D:  $x^{\sin(x)} \log(x) \cos(x)$   
E:  $x^{\sin(x)} \log(x)$
- 2) L'integrale  $\int_1^{+\infty} (x + \log(x))^a dx$   
A: converge per  $a < -1$     B: converge per  $a > -1$     C: diverge sempre  
D: N.A.    E: converge per ogni  $a \in \mathbb{R}$
- 3) Data  $f(x) = |2x + 3|$  si ha che  
A:  $f$  è monotona    B: N.A.    C:  $f$  è convessa    D:  $f$  è derivabile  
E:  $f$  è invertibile
- 4) Data  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f' < 0$ . Allora  
A:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$     B:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$     C: N.A.  
D:  $f$  ha un asintoto obliquo    E:  $f$  ha un asintoto orizzontale
- 5) L'equazione differenziale  $y''(x) + y'(x) + y(x) = x^2$   
A: ha una sola soluzione    B: non ha soluzioni    C: N.A.  
D: ha una soluzione polinomiale    E: ha una soluzione esponenziale
- 6) Una radice settima di  $-1$  è data da  
A:  $e^{\frac{i\pi}{14}}$     B: N.A.    C:  $e^{\frac{i\pi}{7}}$     D:  $-i$     E:  $i$
- 7) La funzione  $\tan(x) - x$  è, per  $x \rightarrow 0$ ,  
A: N.A.    B:  $o(x^3)$     C:  $o(x^4)$     D:  $O(x^4)$     E:  $o(x^2)$
- 8) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\frac{1}{n}} - 1$   
A: diverge    B: N.A.    C: converge semplicemente ma non assolutamente  
D: converge assolutamente    E: è irregolare
- 9)  $\int_{-1}^1 x^2 dx =$   
A: 1    B: 2    C: 1/3    D: 2/3    E: N.A.
- 10) Date due successioni  $a_n$  e  $b_n$ , con  $b_n \neq 0$ , si ha che la successione  $a_n/b_n$   
A: N.A.    B: converge se  $a_n$  è limitata    C: diverge se  $a_n \rightarrow +\infty$   
D: converge se  $a_n$  è limitata e  $b_n \rightarrow -\infty$     E: diverge se  $a_n \rightarrow +\infty$  e  $b_n \rightarrow +\infty$

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Prima parte, Tema D**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
12 gennaio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1			X		
2		X			
3			X		
4					X
5		X			
6				X	
7				X	
8		X			
9			X		
10			X		

## Prima parte, Tema D

### DOMANDE:

- 1) Data  $f(x) = x^{\log(x)}$ . Allora  $f'(x) =$   
A:  $x^{\log(x)}$     B:  $x^{\log(x)} \log(x)/x$     C: N.A.    D:  $x^{\log(x)}(\log(x))^2$   
E:  $x^{\log(x)} \log(x)$
- 2) L'integrale  $\int_1^{+\infty} x^a \log(x) dx$   
A: converge per  $a > -1$     B: converge per  $a < -1$   
C: converge per ogni  $a \in \mathbb{R}$     D: diverge sempre    E: N.A.
- 3) Data  $f(x) = |\sin(x)|$ . Allora  
A:  $f$  è iniettiva    B: N.A.    C:  $f$  è pari    D:  $f$  è dispari  
E:  $f$  è derivabile
- 4) Data  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)/x = 0$ . Allora  
A:  $f$  è limitata    B:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$     C:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c \in \mathbb{R}$   
D:  $f$  ha un asintoto obliquo    E: N.A.
- 5) L'equazione differenziale  $y''(x) + y(x) = e^x$   
A: ha una sola soluzione    B: ha infinite soluzioni    C: non ha soluzione  
D: N.A.    E: non è lineare
- 6) Una radice cubica di 1 è data da  
A:  $e^{\frac{i\pi}{3}}$     B:  $e^{\frac{i\pi}{6}}$     C: N.A.    D:  $e^{\frac{2i\pi}{3}}$     E:  $i$
- 7) L'estremo superiore dell'insieme  $\{x \in \mathbb{R} : \sin(x) < 0\}$  è  
A: 0    B: 1    C: N.A.    D:  $+\infty$     E:  $\pi$
- 8) La serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log(\log(n))}$   
A: diverge    B: converge semplicemente ma non assolutamente  
C: converge assolutamente    D: N.A.    E: non è regolare
- 9)  $\int_0^1 \sqrt{x} dx =$   
A: 1    B:  $1/2$     C:  $2/3$     D:  $1/3$     E: N.A.
- 10) Date due successioni  $a_n$  e  $b_n$ , con  $b_n \rightarrow +\infty$ , si ha che la successione  $a_n b_n$   
A: è illimitata    B: diverge    C: N.A.    D: converge se  $a_n \rightarrow 0$   
E: converge solo se  $a_n = 1/b_n$

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Seconda parte, Tema A**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
12 gennaio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 (7 punti). Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\log(n)^a} \tan\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ .

E.2 (7 punti). Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\sqrt{\log(2)}} e^{x^2} x^3 dx.$$

E.3 (8 punti). Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - y' - y = xe^{2x}.$$

E.4 (8 punti). Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left( \sqrt{e^{3x} + e^{-x} + 1} \right)$$

e disegnarne il grafico.

**Prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Seconda parte, Tema B**  
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa  
12 gennaio 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 (7 punti). Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} n \log(n) \arctan\left(\frac{1}{n^a}\right)$$

al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ .

E.2 (7 punti). Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\sqrt{\pi/2}} 3 \cos(x^2) x^3 dx .$$

E.3 (8 punti). Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' - y' + y = xe^{2x}.$$

E.4 (8 punti). Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left( \sqrt{e^x + 3e^{-2x} + 2} \right)$$

e disegnarne il grafico.