

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2
3° appello — 11/7/2012

Tema A

Esercizio 1. Si determinino i punti di massimo e minimo della funzione

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$$

sulla superficie di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, con $R > 0$.

Esercizio 2. Si consideri il solido $D \subset \mathbb{R}^3$ definito da

$$D = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 \leq 2\}.$$

a) Si calcoli il volume di D .

b) Si calcoli il flusso attraverso la frontiera di D del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy, xz, -yz).$$

Esercizio 3. Si consideri la curva piana definita dall'equazione:

$$x^3 + y^3 = 3xy.$$

Al variare di $t \in \mathbb{R}$, sia $(x(t), y(t))$ il punto di intersezione, diverso dall'origine, della curva con la retta di equazione $y = tx$.

a) Si determinino le funzioni $x(t)$ e $y(t)$.

b) Utilizzando la parametrizzazione $(x(t), y(t))$, si calcoli l'area della porzione di piano racchiusa dalla curva per $t \geq 0$.

Esercizio 4. Si consideri il campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(\frac{2}{x + y^2 + 1}, \frac{4y}{x + y^2 + 1} \right).$$

a) Si dica se il campo è irrotazionale.

b) Si dica se il campo è conservativo nel suo dominio di definizione e, nel caso, se ne determini un potenziale.

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2
3° appello — 11/7/2012

Tema B

Esercizio 1. Si determinino i punti di massimo e minimo della funzione

$$f(x, y, z) = \sqrt{2x^2 + 4y^2 + z^2}$$

sulla superficie di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, con $R > 0$.

Esercizio 2. Si consideri il solido $D \subset \mathbb{R}^3$ definito da

$$D = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, y^2 \leq 4\}.$$

a) Si calcoli il volume di D .

b) Si calcoli il flusso attraverso la frontiera di D del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy, xz, -yz).$$

Esercizio 3. Si consideri la curva piana definita dall'equazione:

$$x^3 + y^3 = xy.$$

Al variare di $t \in \mathbb{R}$, sia $(x(t), y(t))$ il punto di intersezione, diverso dall'origine, della curva con la retta di equazione $y = tx$.

a) Si determinino le funzioni $x(t)$ e $y(t)$.

b) Utilizzando la parametrizzazione $(x(t), y(t))$, si calcoli l'area della porzione di piano racchiusa dalla curva per $t \geq 0$.

Esercizio 4. Si consideri il campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(\frac{2x}{x^2 + y - 2}, \frac{1}{x^2 + y - 2} \right).$$

a) Si dica se il campo è irrotazionale.

b) Si dica se il campo è conservativo nel suo dominio di definizione e, nel caso, se ne determini un potenziale.