

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2
2° appello — 14/2/2012

Tema A

Esercizio 1. Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + 4y^2 - 1)^2$$

e si dica se corrispondono a massimi e minimi locali o globali.

Esercizio 2. Si consideri il dominio

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 2, y^2 + z^2 \leq 2\}.$$

a) Si calcoli il volume di D .

b) Si calcoli il flusso attraverso la frontiera di D del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x + y, y + z, x + z).$$

Esercizio 3. Si consideri la curva definita dall'equazione, in coordinate polari,

$$\rho(\theta) = 1 + \cos(2\theta) \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

a) Si dica in quali punti la curva è regolare.

b) Si calcoli l'area della porzione di piano racchiusa dalla curva.

c) Si trovino i punti della curva di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x - y}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{x + y}{(x^2 + y^2)^2} \right) \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

a) Si dica se il campo è conservativo e, nel caso, se ne determini un potenziale.

b) Si calcoli il lavoro del campo lungo la curva

$$\gamma(t) = (\sin(t), \cos(t)) \quad t \in [0, 2\pi].$$

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2
2° appello — 14/2/2012

Tema B

Esercizio 1. Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2 - 1)^2$$

e si dica se corrispondono a massimi e minimi locali o globali.

Esercizio 2. Si consideri il dominio

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 4, y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

- a) Si calcoli il volume di D .
- b) Si calcoli il flusso attraverso la frontiera di D del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x - y, y - z, x - z).$$

Esercizio 3. Si consideri la curva definita dall'equazione, in coordinate polari,

$$\rho(\theta) = 1 + \sin(2\theta) \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

- a) Si dica in quali punti la curva è regolare.
- b) Si calcoli l'area della porzione di piano racchiusa dalla curva.
- c) Si trovino i punti della curva di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x + y}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{-x + y}{(x^2 + y^2)^2} \right) \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

- a) Si dica se il campo è conservativo e, nel caso, se ne determini un potenziale.
- b) Si calcoli il lavoro del campo lungo la curva

$$\gamma(t) = (\sin(t), \cos(t)) \quad t \in [0, 2\pi].$$

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2
2° appello — 14/2/2012

Tema C

Esercizio 1. Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + 4y^2 - 4)^2$$

e si dica se corrispondono a massimi e minimi locali o globali.

Esercizio 2. Si consideri il dominio

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 3, y^2 + z^2 \leq 3\}.$$

- a) Si calcoli il volume di D .
- b) Si calcoli il flusso attraverso la frontiera di D del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x - y, y + z, x - z).$$

Esercizio 3. Si consideri la curva definita dall'equazione, in coordinate polari,

$$\rho(\theta) = 1 + \cos(\theta) \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

- a) Si dica in quali punti la curva è regolare.
- b) Si calcoli l'area della porzione di piano racchiusa dalla curva.
- c) Si trovino i punti della curva di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{2x - y}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{x + 2y}{(x^2 + y^2)^2} \right) \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

- a) Si dica se il campo è conservativo e, nel caso, se ne determini un potenziale.
- b) Si calcoli il lavoro del campo lungo la curva

$$\gamma(t) = (\sin(t), \cos(t)) \quad t \in [0, 2\pi].$$

FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2
2° appello — 14/2/2012

Tema D

Esercizio 1. Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2 - 4)^2$$

e si dica se corrispondono a massimi e minimi locali o globali.

Esercizio 2. Si consideri il dominio

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 1, y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

- a) Si calcoli il volume di D .
- b) Si calcoli il flusso attraverso la frontiera di D del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x + y + z, x - y + z, x + y - z).$$

Esercizio 3. Si consideri la curva definita dall'equazione, in coordinate polari,

$$\rho(\theta) = 1 + \sin(\theta) \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

- a) Si dica in quali punti la curva è regolare.
- b) Si calcoli l'area della porzione di piano racchiusa dalla curva.
- c) Si trovino i punti della curva di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x - 2y}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{2x + y}{(x^2 + y^2)^2} \right) \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

- a) Si dica se il campo è conservativo e, nel caso, se ne determini un potenziale.
- b) Si calcoli il lavoro del campo lungo la curva

$$\gamma(t) = (\sin(t), \cos(t)) \quad t \in [0, 2\pi].$$