

| | | |
|----------|-------|--------|
| COGNOME: | NOME: | MATR.: |
|----------|-------|--------|

ANALISI MATEMATICA 1 2° appello — 25/2/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 1

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|} - x$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescita, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, NON è richiesto lo studio della derivata seconda, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Calcolare, esprimere in forma algebrica e disegnare nel piano complesso le soluzioni dell'equazione

$$z^4 + 3i\sqrt{3}z^2 - 9 = 0.$$

Risposta esercizio 2 :

E.3) Data la funzione

$$g(x) = \frac{2^{1/x}}{x^2} \left(\cos \frac{1}{x} - 1 \right)$$

a) calcolarne l'ordine di infinitesimo (rispetto a $1/x$) per $x \rightarrow +\infty$;

b) stabilire se converge l'integrale

$$\int_{1/\pi}^{+\infty} g(x) dx,$$

c) in caso affermativo calcolare $\int_{1/\pi}^{+\infty} g(x) dx$.

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dare la definizione di funzione monotona, un esempio di $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ crescente e con infiniti punti di discontinuità, e un esempio di $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ crescente e con infiniti punti di discontinuità.

T.2) Data $f : (-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile in tutti i punti e tale che $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x) = 5$, cosa si può dire su $f'(-1)$? Dimostrare l'affermazione fatta.

T.3) Per $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni valgono tra le proprietà di limitatezza, continuità e integrabilità secondo Riemann. Le stesse implicazioni sono vere anche per $f : (0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$? Giustificare le risposte e dimostrare almeno uno dei teoremi utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

| | | |
|----------|-------|--------|
| COGNOME: | NOME: | MATR.: |
|----------|-------|--------|

ANALISI MATEMATICA 1 2° appello — 25/2/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 2

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 4|}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescita, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, NON è richiesto lo studio della derivata seconda, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Calcolare, esprimere in forma algebrica e disegnare nel piano complesso le soluzioni dell'equazione

$$z^4 - 2i\sqrt{3}z^2 - 4 = 0.$$

Risposta esercizio 2 :

E.3) Data la funzione

$$g(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2} \left(\frac{1}{x} - \sin \frac{1}{x} \right)$$

a) calcolarne l'ordine di infinitesimo (rispetto a $1/x$) per $x \rightarrow +\infty$;

b) stabilire se converge l'integrale

$$\int_{2/\pi}^{+\infty} g(x) dx,$$

c) in caso affermativo calcolare $\int_{2/\pi}^{+\infty} g(x) dx$.

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dare la definizione di funzione monotona, un esempio di $f : (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ crescente e con infiniti punti di discontinuità, e un esempio di $f : [-2, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ crescente e con infiniti punti di discontinuità.

T.2) Data $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile in tutti i punti e tale che $\lim_{x \rightarrow \pi} f'(x) = 3$, cosa si può dire su $f'(\pi)$? Dimostrare l'affermazione fatta.

T.3) Per $f : [1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni valgono tra le proprietà di limitatezza, continuità e integrabilità secondo Riemann. Le stesse implicazioni sono vere anche per $f : (1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$? Giustificare le risposte e dimostrare almeno uno dei teoremi utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

| | | |
|----------|-------|--------|
| COGNOME: | NOME: | MATR.: |
|----------|-------|--------|

ANALISI MATEMATICA 1 2° appello — 25/2/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 3

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 9|}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescenza, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, NON è richiesto lo studio della derivata seconda, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Calcolare, esprimere in forma algebrica e disegnare nel piano complesso le soluzioni dell'equazione

$$z^4 + 5i\sqrt{3}z^2 - 25 = 0.$$

Risposta esercizio 2 :

E.3) Data la funzione

$$g(x) = \frac{3^{1/x}}{x^2} \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$$

a) calcolarne l'ordine di infinitesimo (rispetto a $1/x$) per $x \rightarrow -\infty$;

b) stabilire se converge l'integrale

$$\int_{-\infty}^{-1/\pi} g(x) dx,$$

c) in caso affermativo calcolare $\int_{-\infty}^{-1/\pi} g(x) dx$.

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dare la definizione di funzione monotona, un esempio di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ decrescente e con infiniti punti di discontinuità, e un esempio di $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ decrescente e con infiniti punti di discontinuità.

T.2) Data $f : [-1, 4) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile in tutti i punti e tale che $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = \pi$, cosa si può dire su $f'(1)$? Dimostrare l'affermazione fatta.

T.3) Per $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni valgono tra le proprietà di limitatezza, continuità e integrabilità secondo Riemann. Le stesse implicazioni sono vere anche per $f : [-2, 1) \rightarrow \mathbb{R}$? Giustificare le risposte e dimostrare almeno uno dei teoremi utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

| | | |
|----------|-------|--------|
| COGNOME: | NOME: | MATR.: |
|----------|-------|--------|

ANALISI MATEMATICA 1 2° appello — 25/2/2011

Facoltà di Ingegneria, Area dell'Informazione

Tema 4

E.1) Studiare la funzione

$$f(x) = x - \sqrt{|x^2 - 9|}$$

(dominio naturale, segno, limiti ed asintoti, eventuali prolungamenti per continuità, derivabilità, crescita e decrescenza, eventuali punti di massimo e di minimo locale e globale, limiti di f' ove rilevanti, NON è richiesto lo studio della derivata seconda, abbozzo del grafico).

Riportare l'abbozzo del grafico anche sul retro di QUESTO foglio.

E.2) Calcolare, esprimere in forma algebrica e disegnare nel piano complesso le soluzioni dell'equazione

$$z^4 - 4i\sqrt{3}z^2 - 16 = 0.$$

Risposta esercizio 2 :

E.3) Data la funzione

$$g(x) = \frac{1 - e^{1/x}}{x^2} \cos \frac{1}{x},$$

- a) calcolarne l'ordine di infinitesimo (rispetto a $1/x$) per $x \rightarrow +\infty$;
b) stabilire se converge l'integrale

$$\int_{2/\pi}^{+\infty} g(x) dx,$$

- c) in caso affermativo calcolare $\int_{2/\pi}^{+\infty} g(x) dx$.

Risposta esercizio 3 :

T.1) Dare la definizione di funzione monotona, un esempio di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ crescente e con infiniti punti di discontinuità, e un esempio di $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ decrescente e con infiniti punti di discontinuità.

T.2) Data $f : [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile in tutti i punti e tale che $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 2$, cosa si può dire su $f'(0)$? Dimostrare l'affermazione fatta.

T.3) Per $f : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ si dica che implicazioni valgono tra le proprietà di limitatezza, continuità e integrabilità secondo Riemann. Le stesse implicazioni sono vere anche per $f : [-4, 2) \rightarrow \mathbb{R}$? Giustificare le risposte e dimostrare almeno uno dei teoremi utilizzati.

Tempo totale a disposizione per teoria ed esercizi: due ore e 45 minuti.

Lo svolgimento degli esercizi deve essere scritto sul foglio intestato a 6 facciate, con adeguate giustificazioni dei passaggi.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

I fogli di brutta copia non vanno consegnati e comunque non vengono corretti.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.