Analisi Matematica 1 & Matematica A

Area di Ingegneria dell'Informazione, Canali 1 (A. Ponno) e 4 (M. Novaga)

Prova scritta 20 Settembre 2010

TEMA 1

Esercizio 1. Sia $f(x)$ definita su tutto $\mathbb{R}$ e tale che $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. Quali delle seguenti implicazioni sono vere?

a) Esiste almeno un numero reale x_0 tale che $f(x_0) = 0$;

b) esiste un numero reale $a > 0$ tale che $|f(x)| > 1$ se $|x| > a$;

c) per ogni $x \in \mathbb{R}$ esiste $y \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) = y$;

d) $f(x)$ non è derivabile in $\mathbb{R}$.

Esercizio 2. Si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x^2-4}} ,$$

indicando chiaramente eventuali punti di estremo relativo e asintoti.

Esercizio 3. Scrivere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il valore del limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2 + 2^{-n}(\cosh x)^n} =$$

Esercizio 4. Scrivere il valore dell'integrale

$$\int_1^3 \left(\frac{2^x}{1 + 2^x} - \log_2 \sqrt{3} \right) \, dx =$$

Esercizio 5. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n$,

a) discuterne la convergenza;

b) se S_n denota la somma parziale n-esima della serie, calcolare $\lim_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$

Analisi Matematica 1 & Matematica A

Area di Ingegneria dell'Informazione, Canali 1 (A. Ponno) e 4 (M. Novaga)

Prova scritta 20 Settembre 2010

TEMA 2

Esercizio 1. Sia $f(x)$ una funzione continua su un intervallo chiuso $[a, b]$ e tale che $f(a) = f(b)$. Quali delle seguenti implicazioni sono vere?

a) $f(x)$ assume tutti e soli i valori compresi tra $f(a)$ e $f(b)$, quindi è costante;

b) esiste $x_0 \in]a, b[$ tale che $f'(x_0) = 0$;

c) esistono $x_1, x_2 \in [a, b]$ tali che $f(x_1) = \min f$ e $f(x_2) = \max f$;

d) $f(x)$ è integrabile su $[a, b]$.

Esercizio 2. Si tracci il grafico della funzione

$$e^{-\frac{1}{|x-3|}} \ ,$$

indicando chiaramente eventuali punti di estremo relativo e asintoti.

Esercizio 3. Scrivere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il valore del limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{1 + 3^{-n}[\log_2(1+x^2)]^n} =$$

Esercizio 4. Scrivere il valore dell'integrale

$$\int_2^3 \left[\frac{1}{t\ln t} - \ln(\log_2 3)\right] dt =$$

Esercizio 5. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n^2}$,

a) discuterne la convergenza;

b) se S_n denota la somma parziale n-esima della serie, calcolare $\lim_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n}$