

Analisi Matematica 1

Area di Ingegneria dell'Informazione, Canali 1 (A. Ponno) e 4 (M. Novaga)

Prova scritta 15 Luglio 2010

TEMA 1

Esercizio 1. Se $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$, quali delle seguenti implicazioni sono vere in generale?

- a) $f(x)$ è continua in 0;
- b) esiste un intorno I di 0 tale che per ogni $x \in I$ si ha $|f(x)| < x^2$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$;
- d) $f(x)$ tende a zero piú rapidamente di x^3 .

Esercizio 2. Si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = (e^{-x} - 1)^2 ,$$

indicando chiaramente gli eventuali punti di estremo relativo, punti di flesso e asintoti.

Esercizio 3. Scrivere il valore dell'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^t}{1+e^{2t}} dt =$$

Esercizio 4. Scrivere la somma della serie (geometrica di ragione 1/3)

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots =$$

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right) - \frac{3\pi}{8},$$

- a) Dimostrare che esiste un unico punto $c \in]0, 1[$ tale che $f(c) = 0$.
- b) Trovare tutti gli zeri di f in \mathbb{R} .

Analisi Matematica 1

Area di Ingegneria dell'Informazione, Canali 1 (A. Ponno) e 4 (M. Novaga)

Prova scritta 15 Luglio 2010

TEMA 2

Esercizio 1. Sia $f(x)$ una funzione continua in un punto x_0 del proprio dominio. Quali delle seguenti implicazioni sono vere in generale?

- a) Il limite destro e il limite sinistro di $f(x)$ per $x \rightarrow x_0$ esistono e sono diversi;
- b) per ogni $\varepsilon > 0$ esiste un intorno I di x_0 tale che $|f(x)| < \varepsilon$ per ogni $x \in I$;
- c) esiste finito il limite $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$;
- d) esiste un intorno I di x_0 tale che $|f(x) - f(x_0)| < 1$ per ogni $x \in I$.

Esercizio 2. Si tracci il grafico della funzione

$$|x|e^{-|x|},$$

indicando chiaramente gli eventuali punti di estremo relativo, punti di flesso e asintoti.

Esercizio 3. Scrivere il valore dell'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{t-e^t} dt =$$

Esercizio 4. Scrivere la somma della serie (di Mengoli)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} =$$

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \cosh(x) - 2 ,$$

- a) Dimostrare che esiste un unico punto $c \in]0, 2[$ tale che $f(c) = 0$.
- b) Trovare tutti gli zeri di f in \mathbb{R} .