

# PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA 1

CCS Ing. dell'Energia,      DOCENTE: Matteo Novaga

2 dicembre 2008

COGNOME E NOME: .....

MATRICOLA: .....

1	2	3
---	---	---

--

**ESERCIZIO 1.** Calcolare (se esiste) il limite:

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left( \frac{\sin(x)}{e^x - 1} - 1 \right)}{\ln \left( \frac{1 + 2x}{1 - 2x} \right)}.$$

(Si ricordino gli sviluppi asintotici  $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$ ,  $e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + o(y^2)$ ,

$\ln(1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + o(y^2)$ , per  $y \rightarrow 0$ )

Lo sviluppo asintotico del numeratore è:

Lo sviluppo asintotico del denominatore è:

Il limite (se esiste) è:

$$\ell =$$

**ESERCIZIO 2.** Studiare la convergenza della serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \cos \left( \frac{1}{n} \right) + \sin \left( \frac{3}{2n + n^2} \right) \right]^{n^\alpha}$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

(Si ricordino gli sviluppi asintotici  $\cos(y) = 1 - \frac{y^2}{2} + o(y^3)$ ,  $\sin(y) = y - \frac{y^3}{6} + o(y^4)$ , per  $y \rightarrow 0$ )

**ESERCIZIO 3.** Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(|2x^2 - 1|) + \frac{1}{2x^2 - 1}.$$

(i) Determinare il dominio e l'immagine della funzione:

$$\text{Dom}(f) =$$

$$\text{Im}(f) =$$

(ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

(iii) Calcolare la derivata prima della funzione e determinare gli intervalli di monotonia.

$$f'(x) =$$

(iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di  $f$ .

(v) Tracciare un grafico approssimativo della funzione.