

Geometria iperbolica

Esercizi I

Esercizio 1. Mostra che la mappa

$$f(z) = -\frac{1}{z}$$

è una isometria del modello del semipiano H^2 .

Esercizio 2. Mostra che una geodetica nel modello del disco D^n uscente dall'origine con velocità unitaria e direzione $x \in S^{n-1}$ è parametrizzata come

$$\gamma(t) = \left(\tanh \frac{\|x\|}{2} \right) \cdot x.$$

Esercizio 3. Mostra che per ogni terna di numeri reali $\alpha, \beta, \gamma > 0$ con somma $\alpha + \beta + \gamma < \pi$ esiste un triangolo nel piano iperbolico \mathbb{H}^2 con angoli interni α, β, γ . Mostra che questo triangolo è unico a meno di isometrie di \mathbb{H}^2 .