

Geometria iperbolica

Esercizi III

12 dicembre 2011

Esercizio 1. Costuisci sul toro una struttura iperbolica con un punto singolare di angolo conico π .

Esercizio 2. Mostra che un cubo si decompone in 5 tetraedri. Determina gli angoli ideali di un cubo ideale regolare in \mathbb{H}^3 . Mostra che il cubo ideale regolare in \mathbb{H}^3 si decompone in cinque tetraedri ideali regolari.

Esercizio 3. Sia $T \subset \mathbb{H}^3$ un tetraedro ideale regolare, avente quindi angoli diedrali tutti pari a $\frac{\pi}{3}$. Il tetraedro T ha ovviamente quattro facce triangolari, ciascuna delle quali è isometrica ad un triangolo ideale. Mostra che esiste un modo di incollare a coppie le quattro facce di T (con delle isometrie) che identifica tutti gli spigoli del tetraedro e produce una 3-varietà. Mostra che la struttura iperbolica della 3-varietà si estende allo spigolo. Mostra che il link del vertice è una bottiglia di Klein e deduci che la 3-varietà iperbolica che hai costruito è non-orientabile.

Esercizio 4. Determina il volume del dodecaedro ideale regolare in \mathbb{H}^3 .