

PROVA INTERMEDIA DI ALGEBRA del 28 Maggio 2007

NOME (scrivere stampatello):

COGNOME (scrivere stampatello):

NUMERO DI MATRICOLA:

NUMERO DI RIGA:

(la prima riga è quella più vicina alla cattedra)

NUMERO DI COLONNA:

(la prima colonna è quella più vicina alla porta)

Se il numero di riga è pari, sia $v = 0$, mentre se è dispari sia $v = 1$

Se il numero di colonna è pari, sia $w = 0$, mentre se è dispari sia $w = 1$

(esempio: se il numero di riga è 7 e il numero di colonna è 4, si ha $v = 1$ e $w = 0$);

Esercizio 1

Sia M_t la matrice in $M_3(\mathbb{R})$ dipendente dal parametro reale $t \in \mathbb{R}$ data da

$$M_t = \begin{pmatrix} -v - w + 3t - 1 & -v - w + 2t & -t - 1 \\ v + w - t + 1 & v + w & t + 1 \\ v + w - t + 1 & w + v + 2 & t - 1 \end{pmatrix}$$

- (1) Calcolare il polinomio caratteristico di M_t .
- (2) Trovare lo spettro di M_t , sapendo che contiene il numero -2 .
- (3) Trovare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per i quali M_t è diagonalizzabile.

Esercizio 2

Sia A la matrice complessa in $M_3(\mathbb{C})$ data da

$$A = \begin{pmatrix} v + 1 + 2i & -w + v + i & w + 1 - i \\ -v - 1 & w - v + i & -w - 1 + i \\ -v - 1 & -w - v - 2 + i & w + 1 + i \end{pmatrix}$$

- (1) Calcolare il polinomio caratteristico di A .
- (2) Trovare lo spettro di A , sapendo che contiene il numero complesso $2i$.
- (3) Trovare una base per l'autospazio relativo all'autovalore $2i$.
- (4) Sia $I \in M_3(\mathbb{C})$ la matrice identità. Trovare una base del nucleo dell'applicazione associata alla matrice $(A - 2iI)^2$ (rispetto alla base standard di \mathbb{C}^3), e completarla ad una base di tutto \mathbb{C}^3 .
- (5) Trovare l'inversa di A .