

COMPITINO DI ANALISI del 21 Dicembre 2004

NOME (scrivere stampatello):

COGNOME (scrivere stampatello):

NUMERO DI MATRICOLA:

NUMERO DI RIGA:

(la prima riga è quella più vicina alla cattedra)

NUMERO DI COLONNA:

(la prima colonna è quella più vicina alla porta)

---

Se il numero di riga è pari, sia  $v = 0$ , mentre se è dispari sia  $v = 1$

Se il numero di colonna è pari, sia  $w = 0$ , mentre se è dispari sia  $w = 1$

(esempio: se il numero di riga è 7 e il numero di colonna è 4, si ha  $v = 1$  e  $w = 0$ );

---

**Esercizio 1** (6 punti)

Sia data la successione  $\{a_n\} = \frac{(v+1)^{n+1}}{(w+3)^n}$ .

a) Si dimostri che la successione  $\{a_n\}$  è monotona decrescente.

b) Si calcoli (se esiste) il limite di  $\{a_n\}$  per  $n$  che tende a  $+\infty$ .

**Esercizio 2** (6 punti)

Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , data da  $f(x) = (v+1)\sin(|x|) + (w+1)\cos(|x|)$ .

a) Si dimostri che per tutti i  $c \neq 0$  la funzione  $f$  è derivabile in  $c$ . (suggerimento: distinguere i casi  $c > 0$  e  $c < 0$ )

b) Per  $c \neq 0$  si calcoli la derivata  $f'(c)$ .

c) Si calcolino i due limiti

$$\lim_{c \rightarrow 0^+} f'(c), \quad \lim_{c \rightarrow 0^-} f'(c)$$

**Esercizio 3** (6 punti)

Sia data la successione  $\{a_n\} = \frac{(v+1)^n}{1+(w+1)^n}$ . Si calcoli (se esiste) il limite di  $\{a_n\}$  per  $n$  che tende a  $+\infty$ .

**Esercizio 4** (6 punti)

Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$\begin{cases} f(x) = \sin((v+1)x) + w + 2 & \text{se } x \geq 0 \\ f(x) = w + 2 - x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

a) Dimostrare che  $f$  è continua.

b) Calcolare l'integrale

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

al variare dell'estremo  $x \in \mathbb{R}$ .

c) Calcolare  $g'(x)$ .

**Esercizio 5** (6 punti)

Sia  $f(x) = x^{w+1} + 2x^2 - (3+v)x + 1$ . Trovare il massimo ed il minimo di  $f$  ristretta all'intervallo  $[0, 1]$ .