

## Esercizi per il corso di Analisi Matematica 1

*\*Funzioni, grafici, domini, immagini\**

Nel seguito per funzione si intenderà funzione reale di variabile reale, ossia definita su (un sottoinsieme di)  $\mathbb{R}$  ed a valori in  $\mathbb{R}$ .

1. Trovare funzioni  $f, g, h$  con  $f \neq g$  tali che
  - a)  $h \circ f = h \circ g$ ;
  - b)  $f \circ h = g \circ h$ ;
  - c)  $f \circ f = g \circ g$ .
2. Dire se le condizioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  iniettiva,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  surgettiva implicano
  - a)  $f \circ g$  surgettiva;
  - b)  $g \circ f$  surgettiva.
3. Sia  $f$  crescente; trovare delle condizioni per cui
  - a)  $f^2 = f \circ f$  sia crescente;
  - b)  $f^3 = f \circ f \circ f$  sia crescente.
4. Trovare la forma analitica, dominio ed immagine di  $f \circ g$  quando  $f, g$  sono date da
  - a)  $f(x) = \sqrt[3]{e^{2x} - 1}$ ,  $g(x) = \sin x$ ;
  - b)  $f(x) = \frac{x-1}{2x+5}$ ,  $g(x) = x^2 + x$ ;
  - c)  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ ,  $g(x) = (x+2)^2$ .

*\*\*Equazioni e disequazioni\*\**

1. Risolvere la seguente equazione

$$\sqrt{3x - 2\sqrt{x} - 1} = \sqrt{-1 - x}.$$

2. Risolvere la seguente disequazione

$$|x - 1| - |x - 3| \geq |x - 2| - |x - 4|.$$

3. Risolvere la seguente disequazione al variare di  $a \in \mathbb{R}$

$$|x - a| - |x - 3a| \geq |x - 2a| - |x - 4a|.$$

4. Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{|x - 1|}{x + 4} > \frac{|x - 4|}{x - 2},$$

sugli insiemi dei numeri reali, naturali ed interi, rispettivamente.

5. Risolvere le seguenti disequazioni

a)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} > x - 2;$

b)  $\sqrt{x^2 - 2} > -3.$

6. Dire se le seguenti disequazioni sono equivalenti:

(i)  $\frac{\sqrt{x+2} + 5x}{x+2} > -2;$

(ii)  $\sqrt{x+2} + 5x > -2(x+2).$

7. Dire se le seguenti disequazioni sono equivalenti:

(i)  $\frac{(x-1)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \leq x;$

(ii)  $(x-1)\sqrt{x+1} \leq x\sqrt{x}.$

8. Risolvere le seguenti disequazioni

a)  $\sin x + \sqrt{3} \cos x \leq 2;$

b)  $3 \cos^2 x - 2 \sin x \geq 2.$