

Esercizio 4. In \mathbb{R}^3 sia $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, e Π il piano di equazione $\{x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0\}$.

(i) La distanza di A da Π è :

(ii) Determinare l'equazione di una sfera con centro in A e tangente al piano Π :

Esercizio 5. In \mathbb{R}^2 sia \mathcal{F} il fascio di coniche passanti per $A = (1, 2)$, $B = (-1, 2)$, $C = (2, 4)$, $D = (-2, 4)$

(i) Esiste una parabola $\mathcal{P} \in \mathcal{F}$?

(ii) Esiste una circonferenza $\mathcal{C} \in \mathcal{F}$?

(iii) In caso di risposta affermativa determinarne almeno un'equazione relativa

Esercizio 6. Al variare del parametro reale t si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + tx_2 + x_3 = 1 \\ tx_1 + x_2 - tx_3 = 1 \\ x_1 + tx_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

(i) Il sistema ammette un'unica soluzione se e solo se :

(ii) Il sistema ammette infinite soluzioni se e solo se :

(iii) Il sistema non ammette alcuna soluzione se e solo se :

Esercizio 7. I seguenti vettori di \mathbb{R}^3 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sono linearmente INDIPENDENTI ?

Esercizio 8. In \mathbb{P}^2 sia \mathcal{C} la conica di equazione $\{x^2 + y^2 - 2z^2 = 0\}$, sia r la retta di equazione $\{x + y - 5z = 0\}$ e sia Q il punto di coordinate omogenee $Q = (4, 4, 1)$

(i) Determinare l'equazione della retta polare di Q rispetto a \mathcal{C} :

(i) Determinare le coordinate del punto polare di r rispetto a \mathcal{C} :

Esercizio 4. In \mathbb{R}^3 sia $A = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, e Π il piano di equazione $\{x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0\}$.

(i) La distanza di A da Π è :

(ii) Determinare l'equazione di una sfera con centro in A e tangente al piano Π :

Esercizio 5. In \mathbb{R}^2 sia \mathcal{F} il fascio di coniche passanti per $A = (1, 2)$, $B = (-1, 2)$, $C = (2, 4)$, $D = (-2, 4)$

(i) Esiste una parabola $\mathcal{P} \in \mathcal{F}$?

(ii) Esiste una circonferenza $\mathcal{C} \in \mathcal{F}$?

(iii) In caso di risposta affermativa determinarne almeno un'equazione relativa

Esercizio 6. Al variare del parametro reale t si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + tx_2 + x_3 = 1 \\ tx_1 + 4x_2 - tx_3 = 2 \\ x_1 + tx_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

(i) Il sistema ammette un'unica soluzione se e solo se :

(ii) Il sistema ammette infinite soluzioni se e solo se :

(iii) Il sistema non ammette alcuna soluzione se e solo se :

Esercizio 7. I seguenti vettori di \mathbb{R}^3 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ sono linearmente INDIPENDENTI ?

Esercizio 8. In \mathbb{P}^2 sia \mathcal{C} la conica di equazione $\{x^2 + y^2 - 2z^2 = 0\}$, sia r la retta di equazione $\{x + y - 4z = 0\}$ e sia Q il punto di coordinate omogenee $Q = (5, 6, 1)$

(i) Determinare l'equazione della retta polare di Q rispetto a \mathcal{C} :

(i) Determinare le coordinate del punto polare di r rispetto a \mathcal{C} :