Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale

Compito di Geometria – 25 Gennaio 2024

Tempo a disposizione: 120 minuti.

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Attenzione: Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Buon lavoro!

Esercizio 1. [8 pt.]

1. Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:
$$z(z^3 + 8) = 0$$

2. Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:
$$e^{2z+3} = 1.$$

Esercizio 2. [8 pt.]

Considerare le seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Determinare una base del nucleo di A.
2. Determinare la dimensione dell'immagine di A.
3. Determinare una base dell'immagine della trasposta A^T.
4. Determinare una base dell'immagine e una base del nucleo della matrice $B = A^T \cdot A$.

Esercizio 3. [10pt.] Si consideri la seguenti matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori reali della matrice A e la loro molteplicità algebrica.
2. Per ognuno degli autovalori, trovare una base del relativo autospazio.
3. Stabilire se la matrice A è diagonalizzabile oppure no. (Motivare bene la risposta.)

Esercizio 4. [6 pt.]

1. Trovare, se esiste, un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ che soddisfa la seguente proprietà:
$$\ker(f) = \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{Span}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right\}.$$

2. Trovare, se esiste, un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ che soddisfa la seguente proprietà:
$$\ker(f) = \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{Span}\left\{\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}\right\}.$$

3. Trovare, se esiste, un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ che soddisfa la seguente proprietà:
$$\ker(f) = \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{Span}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right\}.$$