Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale

Compito di Geometria – 5 Giugno 2023

Tempo a disposizione: 120 minuti.

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

Attenzione: Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Buon lavoro!

Esercizio 1. [7 pt.]

1. Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:

$$8z^3 \cdot i = -1.$$

2. Si determinino tutte le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$e^z = -i.$$

Esercizio 2. [8 pt.] Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare dove

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - 2x_2 \\ -2x_2 \end{pmatrix}.$$

1. Scrivere la matrice A associata a T rispetto alla base canonica e dimostrare che A è invertibile.

2. La matrice B associata a $T \circ T \circ T$ rispetto alla base canonica è una matrice invertibile? (Motivare bene la risposta).[1]

3. Trovare la matrice C associata a T rispetto alla base $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$.

[1] $T \circ T \circ T$ è l'applicazione lineare ottenuta componendo T con se stessa tre volte.

Esercizio 3. [10pt.] Si consideri la seguenti matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori reali della matrice A e la loro molteplicità algebrica.

2. Per ognuno degli autovalori, trovare una base del relativo autospazio.

3. Stabilire se la matrice A è diagonalizzabile oppure no. (Motivare bene la risposta.)

Esercizio 4. [7 pt.]

1. Trovare un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$$\mathrm{Im}(T) = \ker(T) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}.$$

2. Trovare tutte le matrici invertibili B di dimensione 2×2 che sono uguali alla propria inversa, cioè tali che $B^{-1} = B$.