Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale

Compito di Geometria – 18 Luglio 2022

Tempo a disposizione: 120 minuti.

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Attenzione: Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Buon lavoro!

Esercizio 1. [8 pt.]

Trovare tutte le soluzioni complesse z dell'equazione:

$$64z^3 + 27 = 0$$

Esercizio 2. **[8 pt.]**

1. Trovare una base del sottospazio vettoriale

$$V = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \right\}.$$

2. Trovare una base del sottospazio intersezione $V \cap W$ dove V è il sottospazio di sopra, e

$$W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \right\}.$$

3. Trovare la dimensione del nucleo dell'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ dove

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. [10pt.]

Si considerino le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori reali della matrice A e stabilire se la matrice A è diagonalizzabile. [Motivare la risposta!]
2. Determinare gli autovalori reali della matrice B e stabilire se la matrice B è diagonalizzabile. [Motivare la risposta!]
3. Per ognuno degli autovalori di A, determinare una base del relativo autospazio.

Esercizio 4 [punti 6]

1. Determinare una matrice 3×3 che ha il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ come autovettore di autovalore $\lambda = 2$.

2. Esiste una matrice A di dimensioni 3×3 (scritta rispetto alla base canonica) che soddisfi le seguenti tre proprietà?

   - $\lambda = 2$ è autovalore.
   - A non è invertibile.
   - A è diagonalizzabile.

   Se la risposta è NO, spiegare perché. Se la risposta è SI, trovare un esempio.