Geometria — Esercitazione del 30 Novembre 2020

Tutte le risposte devono essere giustificate

Buon lavoro!

Esercizio 1. Col metodo di Gauss-Jordan, determinare l'inversa della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2. Al variare del parametro k, sia $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la seguente funzione:

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx_1 - kx_2 \\ 2x_2 + 2x_3 \\ kx_1 - x_2 \end{pmatrix}.$$

1. Verificare che per ogni k, la funzione T_k è un'applicazione lineare.
2. Al variare del parametro k, determinare il nucleo e l'immagine di T_k.

Esercizio 3.

Sia $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ la funzione definita ponendo:

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 5x_4 - 18x_5 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 7x_5 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 \\ -3x_1 + 6x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 9x_5 \end{pmatrix}.$$

1. Verificare che T è un'applicazione lineare.
2. Determinare una base del nucleo di T.
3. Determinare una base dell'immagine di T.
4. Determinare l'insieme

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5 \ : \ T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}.$$