

Esercitazione scritta di GEOMETRIA 4/11/2019

---

1) Sia  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 < n^2 < 70\}$  e sia  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} n = 3k\}$

Determinare gli elementi di  $A \cap B$

2) Scomporre col metodo di Ruffini il polinomio

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4$$

3) Calcolare  $\frac{6 - \bar{z}}{z + 1}$  dove  $z = 2 - i$

4) Calcolare  $(-i)^{2019}$

5) Scrivi la definizione di funzione iniettiva

$f: A \rightarrow B$  in formule, usando i quantificatori

6) Scrivi la proprietà " $f: A \rightarrow B$  non è suriettiva" in formula, usando i quantificatori.

7) Determinare se la seguente affermazione è vera o falsa (nel 1° caso dare una dimostrazione; nel 2° caso trovare un controesempio)

"Se  $g: A \rightarrow B$  è iniettiva, allora esiste una inversa sinistra  $h: B \rightarrow A$  tale che  $h \circ g: A \rightarrow A$  è la funzione identità"

8) Determinare se la seguente affermazione è vera o falsa (nel 1° caso trovare una dimostrazione; nel 2° caso trovare un controesempio)

"Se  $f$  è un'applicazione lineare e  $\vec{v}, \vec{w} \in \text{Ker } f$  allora anche  $\vec{v} + \vec{w} \in \text{Ker } f$ "

9) Risolvere l'equazione complessa

$$\bar{z} - 2z^2 = 0$$

10) Considerare il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + y + z = b_1 \\ y - z = b_2 \\ 2x - y + 3z = b_3 \end{cases}$$

a) Determinare per quali valori dei termini noti  $b_1, b_2, b_3$  il sistema ha soluzione.

b) Trovare tutte le soluzioni del sistema quando  $b_1 = -2, b_2 = 1, b_3 = -4$

11) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) L'angolo formato dai due piani  $3x - 2y + 4z + 3 = 0$  e  $6x + y - 4z - 7 = 0$  è ottuso

(b)  $(A^c \cap B^c)^c = A \cup B$ , dove "c" denota il complementare

(c) Se  $f$  è un'applicazione lineare allora  $f(\vec{0}) = \vec{0}$

(d) Se  $z \cdot \bar{z} = 0$  allora  $z = 0$