

**Compito di Analisi Numerica, a.a.2013-2014,
Appello 4, 27/6/2014**

Esercizio 1. Si consideri il sistema $Ax = b$ dove $b \in \mathbb{R}^n$, $A = I - B$ è matrice $n \times n$ e B ha autovalori reali compresi tra θ_1 e θ_2 con $\theta_1 < \theta_2$. Si studi la convergenza del metodo iterativo dato dal partizionamento $A = M - N$, $M = (1 + \alpha)I$, $N = B + \alpha I$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$. In particolare

- a) Si dica sotto quali condizioni su θ_1, θ_2 esiste un α che dà convergenza
- b) Si determini il valore di α che massimizza la velocità di convergenza

Esercizio 2. Sia $f(x) = x^2 - a|x|$ dove $a \in \mathbb{R}$. Si determinino al variare di a gli zeri di $f(x)$ e per ciascuno zero si studi la convergenza locale del metodo di Newton applicato ad $f(x)$ al variare di a .

Esercizio 3. Siano $u, v, d, x \in \mathbb{R}^n$ e si definisca la matrice $A = D + uv^T$ dove D è la matrice diagonale con elementi diagonali uguali a d_1, \dots, d_n , dove $d = (d_i)$. Si scriva una function nella sintassi di Octave che presi in input i vettori u, v, d, x dà in output il vettore $y = Ax$ in modo che il numero di operazioni aritmetiche utilizzate sia non superiore a $5n$.

(Facoltativo) Dire se il metodo implementato è stabile all'indietro.