

Corso di Laurea in Matematica
Elementi di Teoria degli Insiemi:
Prof. A. Berarducci
Prova scritta del 17 Gennaio 2013

COGNOME E NOME
MATRICOLA

Si possono assumere tutti gli assiomi della teoria degli insiemi visti a lezione.

Esercizio 1. Vero o falso? Consideriamo il cardinale 2^{\aleph_0} (visto come ordinale iniziale) e sia $X \subseteq 2^{\aleph_0}$. Possiamo dire che o X o il suo complemento $2^{\aleph_0} \setminus X$ ha tipo d'ordine 2^{\aleph_0} ?

Esercizio 2. Determinare il minimo ordinale $\alpha > 0$ tale che per ogni funzione debolmente crescente $f : \mathbb{R} \rightarrow \alpha$, l'immagine di f è limitata. (Qui \mathbb{R} ha l'usuale ordine dei numeri reali, non è né un cardinale né un ordinale.)

Esercizio 3. Determinare il minimo ordinale $\alpha > 0$ tale che per ogni funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \alpha$ (non necessariamente crescente), l'immagine di f è limitata.

Esercizio 4. Vero o falso? Esiste un insieme non vuoto A tale che $A \times A \subseteq A$?

Esercizio 5. Vero o falso? Esiste un insieme non vuoto A tale che $A \subseteq A \times A$?

Esercizio 6. Vero o falso? Sia a un ordinale tale che $\omega^a = a$ (esponenziazione ordinale, non cardinale). Possiamo concludere che per ogni $x, y < a$ si ha $x + y < a$? (somma ordinale)