Ing. Biomedica - 2017-18

Analisi I

3 Febbraio 2018

Compito Y

COGNOME .... **NOME** ....

MATRICOLA .... **VALUTAZIONE** .... + ... = ...

1. Istruzioni

Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; **solo questo sarà ritirato e valutato.** *I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di* $0 \le x \le 10$ *punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che* $x \ge 6$. *In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di* $0 \le y \le 24$ *punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se* $x + y \ge 18$. *In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà* $v = \min(28, x + y)$.

Attenzione. Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. Prima parte

Esercizio 0. (punti 0) Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1. (punti 3) Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = -\infty$.
Studiare il comportamento per $n \to +\infty$ della successione $b_n = (-1)^n + a_n$
SOLUZIONE

Esercizio 2. (punti 3) Determinare, se esiste, il minimo $\overline{n} \in \mathbb{N}$ tale che $\forall n > \overline{n}$, $2^n > n^2$.
SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 4) Determinare l'estremo superiore e inferiore, precisando se sono massimo e minimo, dell'insieme $X = \left\{ \dfrac{2t}{t^2+1} \,|\, t \in \mathbb{R} \right\}$
SOLUZIONE

3. Seconda parte

Esercizio 1. (punti 6)

- Si determini il più grande sottoinsieme $C \subset \mathbb{R}$ tale che la formula
$$f(x) = \min\left(\log(1+x), \log(1-x)\right)$$
definisca una funzione continua $f : C \to \mathbb{R}$
- Si determini il più grande sottoinsieme $D \subset C$ dove questa formula definisce una funzione derivabile.
- Descrivere gli eventuali punti di massimo o minimo locali e assoluti della funzione $f(x)$.
- Dire se il grafico della funzione $f(x)$ ammette asintoti.

SOLUZIONE

Esercizio 2. (punti 6) Sia f una funzione derivabile su $\mathbb{R}$ tale che $f(0) = 0, |f| < 1$ e $f'(x) > 0$.
Dimostrare che esiste ed è finito il limite per $n \to \infty$ della successione

$$a_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$$

SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 6) Determinare i numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ che verificano

$$\begin{cases} (1-z)^3 = 1 \\ z + \overline{z} - 2 > 0 \end{cases}$$

SOLUZIONE

Esercizio 4. (punti 6) Determinare se esistono soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y" - y = 0$$

che siano contemporaneamente localmente crescenti in un intorno di $x = \dfrac{\pi}{2}$ e localmente decrescenti in un intorno di $x = 0$.
SOLUZIONE