

## Programma del corso di Geometria e Topologia Differenziale

(Modulo del primo tipo, 7 crediti)

Prof. Marco Abate

**1) Curve.** Il concetto di curva. Curve parametrizzate. Parametrizzazione rispetto alla lunghezza d'arco. Curvatura di una curva regolare; curvatura orientata di una curva piana. Torsione di una curva nello spazio. Formule di Frenet-Serret. Teorema fondamentale della teoria locale delle curve nello spazio. Indice di avvolgimento di una curva chiusa piana. Intorno tubolare. Teorema di Jordan per curve regolari. Indice di rotazione di una curva piana. Teorema delle tangenti di Hopf.

**2) Superfici in  $\mathbb{R}^3$ .** Definizione di superficie. Ogni superficie è localmente un grafico. Le immagini inverse di valori regolari sono superfici. Funzioni  $C^\infty$  e applicazioni  $C^\infty$  fra superfici. Varietà  $n$ -dimensionali e applicazioni differenziabili fra varietà. Vettori tangenti e piano tangente. Differenziale. Orientabilità.

Prima forma fondamentale. Isometrie e isometrie locali. Metriche Riemanniane. Mappa di Gauss. Curvatura normale. Seconda forma fondamentale. Curvature principali, gaussiana e media. Punti ellittici, iperbolici, parabolici, planari e ombelicali. Linee di curvatura. Simboli di Christoffel. Equazioni di Gauss e di Codazzi-Mainardi. Teorema egregium di Gauss. Teorema fondamentale della teoria locale delle superfici (Teorema di Bonnet: senza dimostrazione).

Campi vettoriali lungo una curva. Derivata covariante lungo una curva. Campi paralleli. Geodetiche. Proprietà di minimizzazione locale della distanza delle geodetiche (senza dimostrazione). Curvatura geodetica. Campi vettoriali. Flusso e integrali primi (senza dimostrazione). Esistenza delle parametrizzazioni ortogonali (senza dimostrazione).

Teorema di Gauss-Bonnet locale. Triangolazioni (senza dimostrazioni). La caratteristica di Eulero-Poincaré. Teorema di Gauss-Bonnet globale.

### Testo di riferimento

– M. Abate, F. Tovena: *Curve e superfici*, Springer Italia, Milano, 2006.

### Obiettivi formativi

Scopo di questo corso è fornire un'introduzione alla geometria differenziale di curve e superfici, tenendo presenti sia l'aspetto prettamente teorico sia quello più computazionale dell'argomento.

### Prerequisiti

Calcolo differenziale e integrale di una variabile reale (come trattato nel corso di *Elementi di Analisi Matematica*), calcolo differenziale di più variabili reali (come trattato nei corsi di *Calcolo Differenziale* e di *Integrazione*), algebra lineare (come trattata nel corso di *Geometria Analitica e Algebra Lineare*), e le basi di topologia generale (come trattate nel corso di *Geometria Proiettiva*).

### Metodi didattici

Lezioni frontali ed esercitazioni in egual misura. Sono previsti 3 compiti durante il semestre, due da svolgere a casa e uno da svolgere in classe.

### Modalità di verifica dell'apprendimento

L'esame si compone di una parte scritta e una parte orale. L'ammissione alla prova orale si ottiene o superando con esito almeno sufficiente i tre compiti svolti durante il semestre oppure superando con esito almeno sufficiente una prova scritta. L'ammissione alla prova orale rimane valida per tutti gli appelli dell'A.A. 2008/09. Nel momento in cui viene consegnato uno scritto, viene cancellata la storia precedente: per l'ammissione all'orale si considera solo l'ultimo risultato ottenuto. Analogamente, nella sventurata ipotesi in cui uno studente non superasse la prova orale, per poterla ripetere dovrà prima superare nuovamente una prova scritta.