

ANNO ACCADEMICO 2013–14

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

SECONDO SCRITTO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E ROSETTA ZAN

14 luglio 2014

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Determina, motivando la risposta, se la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\log(x^2)}{x-1} & \text{per } x > 1, \\ x^2 + 1 & \text{per } x \leq 1 \end{cases}$$

è continua in $x_0 = 1$.

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione

$$f(x) = \left(\log \frac{x+1}{x^2+1} \right)^2 .$$

Esercizio 3. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 3te^t dt .$$

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio

- (i) di una funzione definita su tutto \mathbb{R} , crescente, e avente come insieme immagine l'intervallo $[0, 1)$;
- (ii) di una funzione che abbia come asintoto verticale la retta $x = e$;
- (iii) di una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(1) = 0$ e che abbia come asintoto orizzontale destro la retta $y = -1$.

Esercizio 5. Uno studio etologico sulla popolazione di folaghe dell'isola Roca Redonda delle Galapagos suggerisce che il peso P , misurato in chilogrammi, della folaga media dipenda dalla quantità q , misurata in etti, di cibo ingerito al giorno secondo la funzione

$$P(q) = \frac{7}{e} \exp\left(\frac{q-2}{q+2}\right).$$

- (i) Studia la funzione P , anche per quantità negative di cibo ingerito.
- (ii) Può una folaga media pesare $7e^{-2/3}$ chilogrammi e, se sì, quanto cibo deve ingerire al giorno per raggiungere quel peso?
- (iii) Può una folaga media pesare $7e^{+2/3}$ chilogrammi e, se sì, quanto cibo deve ingerire al giorno per raggiungere quel peso?
- (iv) Quanto pesa una folaga media a digiuno?
- (v) Secondo questo modello, quanto cibo deve ingerire (o vomitare) al giorno una folaga media per scomparire, cioè per raggiungere un peso nullo?

Esercizio 6. Determina come dipende dal parametro $k \in \mathbb{R}$ la mutua posizione fra il piano π di equazione $y + kz = 1$ e la retta r di equazioni

$$\begin{cases} x + 2z = 1, \\ 2x + y = 0. \end{cases}$$